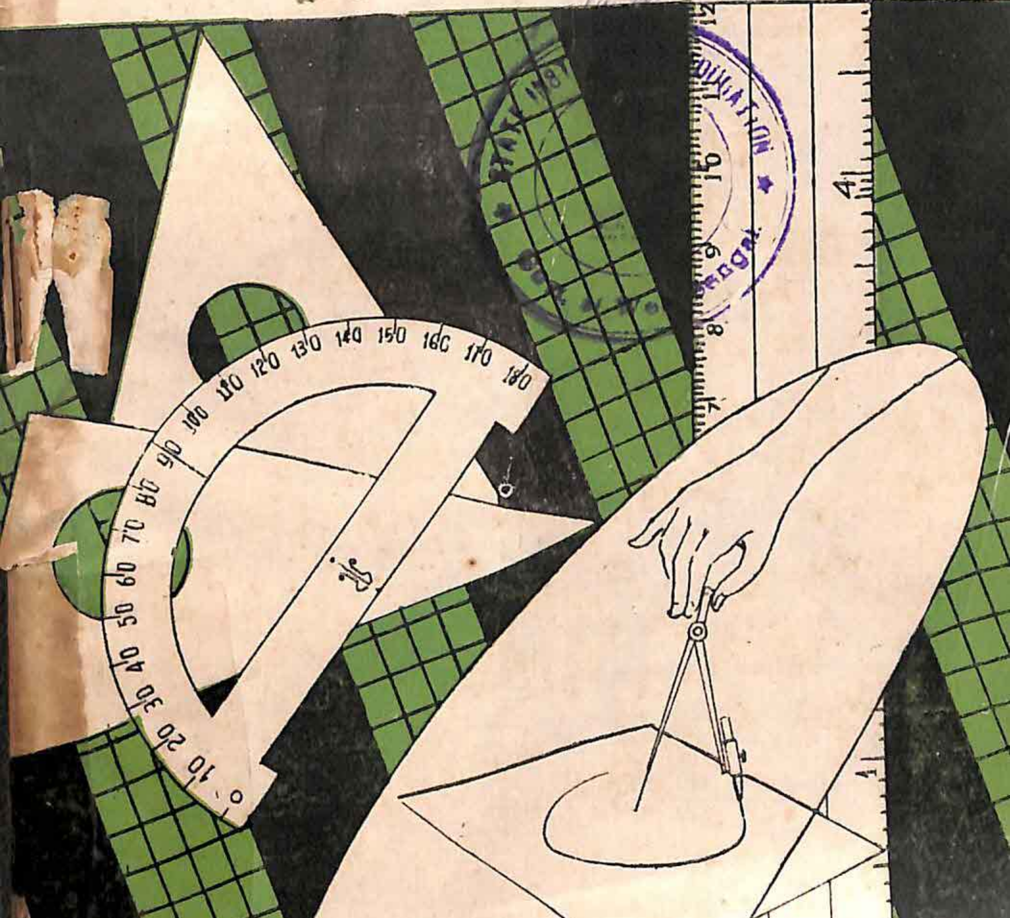
জ্যামিতি পরিচয়



Recommended by the West Bengal Board of Secondary Education as a Text Book for Class VI of all Schools in West Bengal & Tripura State. Vide Notification No. TB/74/VI/MG/100 and also Board's Letter No. 10367/G. Dated 24 11. 75.

জ্যামিতি পরিচয়

[A Book of Geometry with model questions with answers.]

(ষষ্ঠ শ্রেণীর পাঠ্য)

প্রদ্যোৎ সরকার, এম, এস্‌-সি, বি-টি

[ভারপ্রাপ্ত প্রধান শিক্ষক, রাজেন্দ্রনাথ বিদ্যাভবন, কলিকাতা—২৬
কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের 'ম্যাথমেটিক্যাল' সোসাইটির সদস্য। ভূতপূর্ব
প্রধান গণিত শিক্ষক, আর, ডি, পি, ইনষ্টিউট, চন্দননগর, হুগলী
ও গণিত শিক্ষক নবদ্বীপ বকুলতলা উচ্চ মাধ্যমিক ও
বহুমুখী বিদ্যালয়, নদীয়া।
হায়ার ম্যাথমেটিকস্‌, হায়ার এল্‌জেবরা প্রভৃতি সু-প্রসিদ্ধ গ্রন্থ-প্রণেতা।]

নিউ বুক কনসার্ন

আধুনিক পুস্তক প্রকাশক

: বিক্রয়-কেন্দ্র :

৪৪/১সি, বেনিয়াটোলা লেন

কলিকাতা-৯

প্রকাশক :
ইউ, দেবী, বি, এস্‌-সি
৪৪/১সি, বেনিয়াটোলা লেন,
কলিকাতা—৯।

পরিমার্জিত পঞ্চম সংস্করণ

মূল্য : দুই টাকা আশি পয়সা

মুদ্রাকর :
শ্রীশ্যামল কুমার গরাই
রামকৃষ্ণ সারদা প্রেস
১২, বিনোদ সাহা লেন,
কলিকাতা-৬।

ঃএই প্রসঙ্গেঃ

ব্যবহারিক জগতে কারিগরী বিদ্যার অন্যতম প্রধান অঙ্গ হ'লো জ্যামিতি। এই জ্যামিতি-পাঠ ছাত্র-ছাত্রীদের কাছে এক ভয়াবহ জিনিস। এই ভয়াবহ জিনিসও সুন্দর হতে পারে এর আঙ্গিক ও গঠন বৈচিত্রের নৈপুণ্যে।

পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা-পর্ষদের নব-প্রবর্তিত জ্যামিতির পাঠ্য-সূচী আধুনিক কারিগরী বিদ্যার আদর্শে রূপায়ণ। এই নব ও সরল পাঠ্য-সূচী ছাত্র-ছাত্রীদের হাতে-কলমে জ্যামিতি শিক্ষায় সাহায্য ক'রবে।

শিক্ষা-পর্ষদের সকল নির্দেশের প্রতি সজাগ দৃষ্টি রেখে এই অভিনব জ্যামিতি বইখানা লেখা হয়েছে। এই বইয়ের প্রতিটি অধ্যায়ের শেষে সারাংশ ও নৈবর্তিক পরীক্ষা (Objective Test) সম্বন্ধীয় বিবিধ প্রশ্নমালা এবং যথাযথ ছবির (Diagram) সাহায্যে বইখানাকে সর্বাঙ্গ সুন্দর ক'রবার চেষ্টা করা হয়েছে।

এছাড়া শিক্ষা-পর্ষদের নির্দেশিত আদর্শ প্রশ্ন (Model Question) এই বইয়ে যথাযথভাবে সংযোজন করা হয়েছে।

এই বইখানি শিক্ষক ও শিক্ষয়িত্রীগণের সমাদর লাভ ও যাহাদের জন্য রচিত তাহাদের সকলের প্রয়োজনে লাগলে আমার শ্রম সার্থক হয়েছে মনে ক'রবো।

—লেখক

সূচীপত্র

বিষয়	পৃষ্ঠা
প্রথম অধ্যায়	1—18
জ্যামিতি কাহাকে বলে ? জ্যামিতি উৎপত্তির ইতিহাস। ঘনবস্তু ও সামতলিক চিত্র সম্পর্কে ধারণা। সামতলিক চিত্র। বিন্দু, রেখা ও তল সম্পর্কে ধারণা। ঘন, তল, রেখা ও বিন্দুর পার্থক্য। ঘন, তল, রেখা ও বিন্দুর পারস্পরিক সম্পর্ক। বিন্দু, রেখা ও তলের সম্পর্কযুক্ত বিভিন্ন ধর্ম।	
দ্বিতীয় অধ্যায়	19—27
কাগজের নক্সা বা মডেল তৈয়ারীর প্রণালী। সমকোণী চৌপল, ঘনক ও চতুস্তলক তৈয়ারীর প্রণালী। পৃষ্ঠ, ধার ও শীর্ষের মধ্যে সম্পর্কতা।	
তৃতীয় অধ্যায়	28—43
রেখাংশ ও রশ্মিরেখা। রেখাংশ ও রেখার সাহায্যে ক্ষেত্র প্রস্তুত প্রণালী। চতুর্ভূজ, পঞ্চ-ভুজ, ষড়ভুজ। বক্ররেখার সাহায্যে ক্ষেত্র অঙ্কন।	
চতুর্থ অধ্যায়	43—54
কাগজ ভাঁজের সাহায্যে প্রতিফলন সম্পর্কে ধারণা। জ্যামিতিক প্রতিফলন। প্রতিফলনের ধর্ম। জ্যামিতিক প্রতিসাম্য সম্পর্কে ধারণা। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, আয়তক্ষেত্র ও বৃত্তের প্রতি-সাম্য চিত্র।	
পঞ্চম অধ্যায়	54—59
জ্যামিতি বাক্স, মাপনী বা স্কেল, কাঁটা-কম্পাস, পেন্সিল-কম্পাস, ত্রিকোণী ও চাঁদার ব্যবহার। চাঁদার সাহায্যে কোণ অঙ্কন ও তার পরিমাপ।	
ষষ্ঠ অধ্যায়	60—64
বিভিন্ন অঙ্কন প্রণালী।	

জ্যামিতি পরিচয়

(প্রথম খণ্ড)

প্রথম অধ্যায়

1. জ্যামিতি কাহাকে বলে ?

বাংলা ভাষায় জ্যামিতি কথাটি 'জ্যা' এবং 'মিতি' এই দুইটি শব্দের সমন্বয়ে গঠিত। 'জ্যা' শব্দের অর্থ 'ভূমি' বা 'পৃথিবী' এবং 'মিতি' শব্দের অর্থ 'পরিমাণ' বা 'পরিমাপ'। সুতরাং জ্যামিতি কথাটির অর্থ ভূমির পরিমাপ। জ্যামিতি গণিত শাস্ত্রেরই একটি বিষয়।

ইংরাজীতে 'Geometry' কথাটি গ্রীক্ শব্দ 'geometre' হইতে আসিয়াছে। 'Geometre' কথাটির অর্থ পৃথিবীর বা ভূমির পরিমাপ।

2. জ্যামিতি উৎপত্তির ইতিহাস।

জামিতির ইতিহাস অতি প্রাচীন। পুরাকালে মানুষ নিজের বিভিন্ন প্রয়োজনে জ্যামিতির বিভিন্ন সূত্র ও নিয়ম আবিষ্কার করেন। এই ব্যাপারে প্রাচীন মিশরীয়দের অবদান বিশেষ উল্লেখযোগ্য। সহস্র সহস্র বৎসর পূর্বে মিশরের নীলনদের প্লাবনে তটভূমির সীমানা-চিহ্ন লুপ্ত হইয়া যাইত। মিশরীয়গণ নিজেদের জমির সীমানা নির্ধারণের প্রয়োজনে নানান জ্যামিতিক তথ্য ও নিয়ম ব্যবহার করিতেন। এই ভাবেই প্রাচীন মিশরে জ্যামিতি শাস্ত্রের উৎপত্তি হইয়াছিল ও প্রভূত বিকাশ লাভ করিয়াছিল। উত্তরকালে প্রাচীন গ্রীক্‌গণ জ্যামিতিক তথ্যগুলিকে শ্রেণীবদ্ধ ও সুবিন্যস্ত করিয়া সাজাইয়া

বিষয়টির সমধিক উন্নতি সাধন করেন। বিখ্যাত গ্রীক্ গণিত-শাস্ত্রবিদ্ **ইউক্লিড** ও **পীথাগোরাসের** নাম জ্যামিতি শাস্ত্রে বিশেষ উল্লেখযোগ্য।

আমাদের দেশেও অতি প্রাচীনকাল হইতে জ্যামিতি শাস্ত্রের ব্যবহার ও চর্চা হইয়া আসিতেছে। বৈদিক যুগে আর্য ঋষিগণ বিভিন্ন দেবদেবীর উপাসনা করিবার জন্য নানারকম বেদী নির্মাণ-কার্যে জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করিতেন। তাঁহারা কোণ, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ প্রভৃতি জ্যামিতিক চিত্রের সহিত বিশেষভাবে পরিচিত ছিলেন—প্রমাণ পাওয়া যায়। জ্যামিতি শাস্ত্র চর্চায় প্রাচীন হিন্দু গণিত-বিদ্‌দের মধ্যে **ব্রহ্মগুপ্ত** ও **ভাস্করাচার্যের** নাম বিশেষ উল্লেখযোগ্য। মহেনজোদাড়োর ধ্বংসস্তূপে আবিষ্কৃত পথ-ঘাট ও অট্টালিকা নির্মাণের কলা-কৌশল পদ্ধতি হইতে বুঝা যায়—যে, প্রাচীন ভারতে জ্যামিতি শাস্ত্রের প্রভূত উন্নতি সাধিত হইয়াছিল।

আমরা যখন কোন জিনিস চোখের সামনে দেখি—তখন তাহার বিভিন্ন বিষয় লইয়া আলোচনা করি। মনে কর, তুমি একটি বাড়ী দেখিতেছ—। ইহার রঙ কিরূপ—ইহাতে কতগুলি ঘর আছে—ঘরগুলি বাতাসপূর্ণ কিনা—ইত্যাদি অনেক কথাই তোমার মনে হইতে পারে। জ্যামিতিতে কিন্তু আমরা উহার আকার, আয়তন—ইত্যাদি বিষয় লইয়া আলোচনা করি। বাড়ীটির অন্যান্য গুণাগুণ লইয়া আলোচনা করি না। **সুতরাং যে শাস্ত্র পাঠ করিয়া আমরা কোন বস্তুর আকার, আয়তন, পরিমাপ—ইত্যাদি বিষয়ক বিভিন্ন তত্ত্ব বা উহার অঙ্কনাদি সম্পর্কে জানিতে পারি তাহাকে 'জ্যামিতি' বলা হয়।**

3. ঘনবস্তু ও সামতলিক চিত্র সম্পর্কে ধারণা।

আমরা আমাদের চারিপাশে বিভিন্ন আকারের বহু পদার্থ দেখিতে

পাই। এই সকল পদার্থের কিছু না কিছু আয়তন ও ওজন আছে। এবং এইগুলি পৃথিবীর কিছু না কিছু স্থান আধিকার করিয়া রহিয়াছে। জ্যামিতিতে এইগুলি প্রত্যেকটি ঘনবস্তু (Solid body)। ঘর-বাড়ী, চেয়ার-টেবিল, বই-খাতা, পেন্‌সিল, বাক্স, ইট, একখণ্ড পাথর —ইত্যাদি সকল বস্তুই ঘনবস্তু। এই ঘনবস্তু বিভিন্ন আকারের হইয়া থাকে।

পার্শ্বের চিত্রটি একটি ইটের। জ্যামিতিতে ইহার আকৃতিগত নাম **আয়ত ঘনক**। এই বস্তুটি তিনদিকে প্রসারিত। সুতরাং আমরা ইহার তিন দিকের পরিমাপ করিতে পারি। ইটটির যে পার্শ্ব ভূমির সহিত সংযুক্ত তাহার অপেক্ষাকৃত দীর্ঘ দিকের মাপকে উহার **দৈর্ঘ্য** ও অপরটিকে **প্রস্থ** বলে। ইহার উপরের বিস্তারকে বেধ বা **উচ্চতা** বলে। বস্তুটি যে-স্থান অধিকার করিয়া থাকে সেই স্থানটিকে উহার **আয়তন** বলে।



ইট

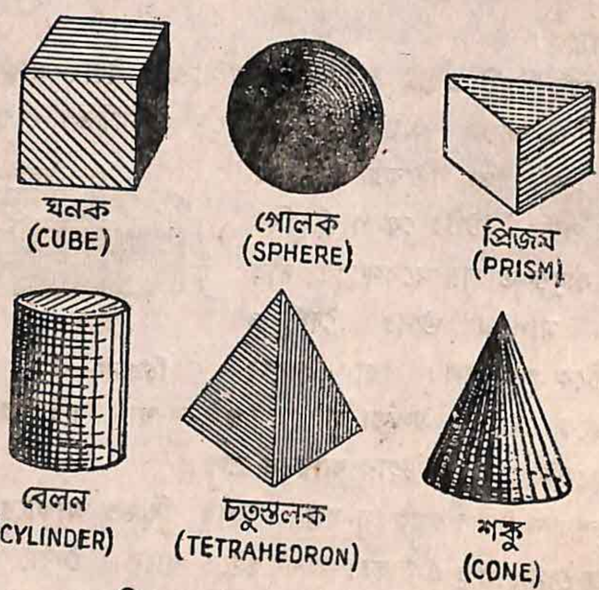
চিত্র নং—1

দৃশ্যমান সকল বস্তুই ঘনবস্তু। ইহারা বিভিন্ন আকারের এবং বিভিন্ন দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা বিশিষ্ট হইতে পারে। দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার প্রত্যেকটিকে বস্তুর **মাত্রা** বলে। যে-কোন ঘনবস্তুরই **তিনটি** মাত্রা (দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ) থাকে। অতএব, ঘনবস্তু মাত্রই **ত্রিমাত্রিক**। তল (Surface) **দ্বিমাত্রিক**। অর্থাৎ উহার কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে।

ঘনবস্তুগুলির আকারের পার্থক্য অনুযায়ী উহাদের বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করা যায়। যথা—

(i) যে সকল ঘনবস্তুর গঠন **সুষম ও সুসমঞ্জস** (Regular

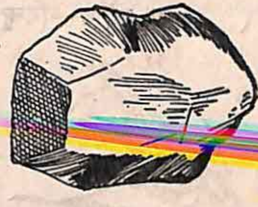
and Symmetrical) :— যথা—ঘনক। ঘনকের প্রতিটি তলই একই আকার ও ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট হয়। ইট, লুডোর ছক—ইত্যাদি প্রত্যেকটি এক একটি ঘনবস্তু।



চিত্র নং—2 বিভিন্ন আকারের ঘনবস্তু

(ii) এমন অনেক ঘনবস্তু আছে যেগুলির গঠন সুসমঞ্জস ; কিন্তু সুষম নহে। যথা—গোলক, শঙ্কু, চোঙ বা বেলন, প্রিজম—ইত্যাদি। সুসমঞ্জস ঘনবস্তুর ক্ষেত্রে উহাদের বিভিন্ন অংশের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার কোন প্রভেদ থাকে না। খেলার বল, মোচার অগ্রভাগ, টিনের কৌটা, প্রিজম—ইত্যাদি লক্ষ্য করিলে ইহা বুঝিতে পারিবে।

(iii) আবার কিছু কিছু ঘনবস্তু আছে যেগুলির গঠন অসমঞ্জস (Non-Symmetrical)। এই সকল অসমঞ্জস বা সামঞ্জস্য বিহীন ঘনবস্তুর বিভিন্ন অংশের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা বা বেধ বিভিন্ন হয়। যথা—এক টুক্‌রো পাথর বা কয়লা, এক খণ্ড গাছের গুঁড়ি—ইত্যাদি।



এক টুক্‌রো পাথর
চিত্র নং—3

এখন তোমরা বুঝিলে—যে, ঘনবস্তু মাত্রই **দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ বা উচ্চতা** থাকিবে এবং উহা **ত্রিমাত্রিক** (Three Dimensional) হইবে।

4. সামতলিক চিত্র।

অনেক সময় আমরা কাগজের উপর চিত্র অঙ্কন করি; কিংবা আয়না, স্থির জল—ইত্যাদিতে কোন বস্তুর 'প্রতিবিম্ব' দেখি। ঐ চিত্র বা প্রতিবিম্ব কাগজ, আয়না বা স্থির জল থেকে পৃথক করা যায় না। কাগজের উপরিভাগ, আয়নার উপরিভাগ, সিনেমার পর্দা, স্থির জলের উপরিভাগ—ইত্যাদিকে 'সমতল' বলা হয়। ঐ **সকল সমতলের উপর যে সকল চিত্র দেখিতে পাওয়া যায়—তাহাদিগকে সামতলিক চিত্র** (Plane figure) বলে। ঘরের মেঝের আলপনার চিত্র সামতলিক চিত্র। এককথায় সমতলের উপর আমরা যাহা কিছু অঙ্কন করি—তাহাই সামতলিক চিত্র।



সামতলিক চিত্র
চিত্র নং—4

5. বিন্দু, রেখা ও তল সম্পর্কে ধারণা।

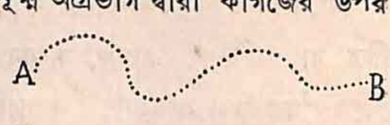
(i) **বিন্দু:** একটি আল্‌পিন বা পেন্‌সিলের **সূক্ষ্ম** অগ্রভাগ দ্বারা

খাতার উপর একটি ফুট্‌কি (˙) চিহ্ন দাও। অতি সূক্ষ্ম এই ফুট্‌কি (˙) চিহ্ন হইল—বিন্দু (Point)। জ্যামিতিতে বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নাই বলিয়া ইহাকে **মাত্রাহীন** বলে। বিন্দুর কেবলমাত্র অবস্থান আছে। মাত্রাহীন কোন বস্তুকে আমরা কল্পনা করিতে পারি না। সুতরাং **যাহার অবস্থান আছে কিন্তু মাত্রা**, (দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ) **নাই তাহাকে 'বিন্দু' বলে।** বিন্দুকে বর্ণমালার যে-কোন অক্ষর দ্বারা চিহ্নিত করা যায়। উপরের চিত্রটি লক্ষ্য কর। এই রকম অসংখ্য বিন্দু খাতা, ব্লাকবোর্ড—ইত্যাদির উপর চিহ্নিত করা যায়।



বিন্দু অঙ্কন
চিত্র নং—5

(ii) **রেখা :** পেন্‌সিলের সূক্ষ্ম অগ্রভাগ দ্বারা কাগজের উপর পাশাপাশি কতকগুলি বিন্দু স্থাপন করিয়া সেইগুলিকে যোগ কর। এক্ষণে যে আকার হইল—উহাই **রেখা**। এক কথায় বলা যায়—**অসংখ্য বিন্দুর সন্নিবেশে যে আকার লাভ করা যায়--তাহাই 'রেখা'** (Line)।

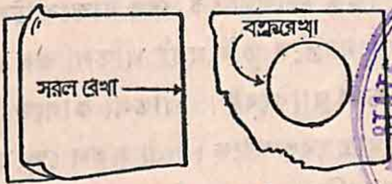


চিত্র নং—6 সরলরেখা ও বক্ররেখা

রেখা দুই প্রকার। **সরলরেখা ও বক্ররেখা।**

সরলরেখা : এক টুক্‌রা কাগজ ভাঁজ করিলে ভাঁজ বরাবর একটি রেখা দেখা যায়। আবার একখণ্ড সূতাকে টান করিয়া ধরিলে একটি রেখার অবস্থান কল্পনা করা যায়। এই রেখাগুলি প্রত্যেকটি এক

একটি সরলরেখা। যে রেখা এক বিন্দু হইতে অপর বিন্দুতে বিস্তৃত হওয়ার কালে কোন দিক্ পরিবর্তন করে না---তাহাকে সরলরেখা (Straight Line) বলে।



চিত্র নং—7

বক্ররেখা ঃ সরলরেখা ভিন্ন অপর সকল রেখাই বক্ররেখা। অর্থাৎ যে রেখা এক বিন্দু হইতে অপর বিন্দুতে বিস্তৃত হওয়ার কালে দিক্ পরিবর্তন করিয়া ঐ বিন্দুতে পুনরায় মিলিত হয়--তাহাকে বক্ররেখা (Curved Line) বলে।

কলমের খাপের দাগ, গ্লাসের জলের প্রান্তরেখা ইহারা প্রত্যেকটি এক একটি বক্ররেখা।

জ্যামিতিতে রেখার কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য আছে ; কোন বিস্তার নাই। কিন্তু বাস্তবে আমরা যত সরু রেখাই অঙ্কিত করি না কেন তাহা বিস্তার ছাড়া হয় না। মাথার একগাছি চুলেরও বিস্তার রহিয়াছে। প্রকৃতপক্ষে বিস্তার বিহীন কোন রেখা কল্পনা করা বাস্তবে সম্ভব নয়।

রেখার কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য আছে বলিয়া ইহা **একমাত্রিক**। তলের প্রান্তগুলি রেখা বলিয়া আমরা তলকে রেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ বলিতে পারি।

(iii) **তল :** ঘনবস্তু কি তাহা তোমরা ইতিপূর্বে জানিয়াছ। প্রকৃতপক্ষে **ঘনবস্তুর চারিদিকের ক্ষেত্রকেই 'তল'** বলে। তলের কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে ; কিন্তু বেধ বা উচ্চতা নাই। সুতরাং ইহা **দ্বি-মাত্রিক**। কিন্তু জ্যামিতিক তল বাস্তবে চিন্তা করা কখনই সম্ভব নয়। কোন ঘনবস্তুকে তুমি যতই পাতলা কর না কেন উহার কিছুমাত্র বেধ বা উচ্চতা থাকিবেই। পাতলা কাগজের বেধ মাপা না গেলেও উহার কিছুমাত্র বেধ আছে। ঐ সকল ক্ষেত্রে আমরা বস্তুর উপরিভাগকেই 'তল' বলিয়া কল্পনা করিয়া থাকি।

তল দুই প্রকার। **সমতল** ও **বক্রতল**।

সমতল : যে তল সর্বত্র সমান কোথাও উঁচু বা নীচু নহে, তাহাকে **সমতল** (Plane) বলে। স্থির জলের উপরিভাগ, মসৃণ আয়নার গাত্র, ব্লাকবোর্ড, কাগজ ও মসৃণ টেবিলের উপরিভাগ সমতলের উদাহরণ।

বক্রতল : যে তল সর্বত্র সমান নহে, কোথাও উঁচু বা কোথাও নীচু ; তাহাকে **বক্রতল** (Curved surface) বলে। কলম বা পেন্সিলের উপরিভাগ ; ফুটবল বা ডিমের গাত্র ; কাপ, বাটি ও গ্লাসের পার্শ্বতল ; অস্থির জলের উপরিভাগ বক্রতলের উদাহরণ।

পরবর্তী আলোচনায় 'তল' বলিতে আমরা সমতলকেই বুঝাইব।

6. **ঘন, তল, রেখা ও বিন্দুর পার্থক্য।**

ঘন : ইহার দৈর্ঘ্য প্রস্থ ও বেধ আছে। সুতরাং ইহা ত্রিমাত্রিক।

তল : ইহার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে কিন্তু বেধ নাই। সুতরাং ইহা দ্বি-মাত্রিক।

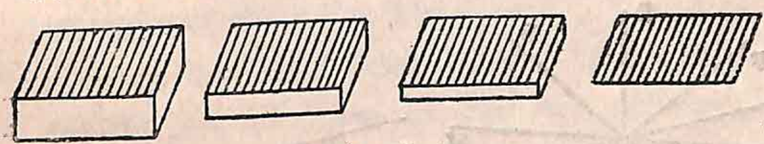
রেখা : ইহার দৈর্ঘ্য আছে কিন্তু প্রস্থ বা বেধ নাই। সুতরাং ইহা একমাত্রিক।

বিন্দু ঃ ইহার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ নাই ; শুধুমাত্র অবস্থিতি আছে। ইহা মাত্রাহীন।

7. ঘন, তল, রেখা ও বিন্দুর পারস্পরিক সম্পর্ক।

পূর্বেই আলোচিত হইয়াছে—ঘনবস্তু তল দ্বারা, তল রেখা দ্বারা এবং রেখা বিন্দু দ্বারা সীমাবদ্ধ। আবার দুইটি তল ছেদ করিলে রেখার এবং দুইটি রেখা ছেদ করিলে বিন্দুর উৎপত্তি হয়।

একটি আয়তাকার ঘনবস্তু লও। ইহার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ অপরিবর্তিত রাখিয়া ক্রমশঃ বেধ বা উচ্চতা কমাইতে থাক। এক সময়ে এইরূপ অবস্থার সৃষ্টি হইবে—যখন ঐ বস্তুটির উচ্চতা বলিয়া আর কিছুই থাকিবে না। কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ থাকিবে এবং উহা দ্বি-মাত্রিক তলে পরিণত হইবে।



'ঘন' হইতে 'তল'।



'তল' হইতে 'রেখা'।



চিত্র নং—8 'রেখা' হইতে 'বিন্দু'।

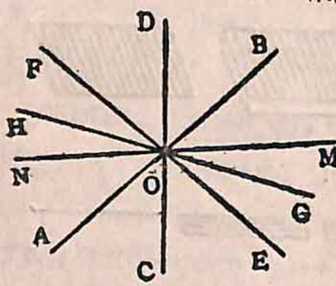
এবার ঐ তলের দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত রাখিয়া ক্রমশঃ প্রস্থ কমাইতে থাক। এমন এক সময় আসিবে যখন ঐ তলের প্রস্থ বলিয়া আর কিছুই থাকিবে না এবং তলটি একমাত্রিক রেখায় পরিণত হইবে। এই অবস্থায় কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য থাকিবে।

এখন রেখার দৈর্ঘ্য ক্রমশঃ কমাইতে থাক। এমন এক সময় এরূপ অবস্থার সৃষ্টি হইবে—যখন দৈর্ঘ্য বলিয়া আর কিছুই থাকিবে না; কেবলমাত্র অবস্থান থাকিবে। সুতরাং তখন ইহা মাত্রাহীন বিন্দুতে পরিণত হইবে।

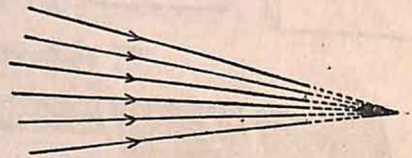
৪. বিন্দু, রেখা ও তলের সম্পর্কযুক্ত বিভিন্ন ধর্ম।

(১) একটি বিন্দুর মধ্য দিয়া আমরা যতগুলি ইচ্ছা রেখা অঙ্কন করিতে পারি।

তোমরা সাইকেলের চাকার ছবি দেখিয়াছ। লক্ষ্য কর—চাকার স্পোকগুলি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর মধ্য দিয়া যাইতেছে। স্পোকগুলি সরলরেখা নির্দেশ করিতেছে। ইচ্ছা করিলে তুমি ঐ চাকায় আরও অধিক স্পোক লাগাইতে পার।



চিত্র নং—9



চিত্র নং—10

খাতার উপর O একটি বিন্দু লও। স্কেলের সাহায্যে O বিন্দুর মধ্য দিয়া যে-কোন দৈর্ঘ্যের AB, CD, EF, GH, MN—ইত্যাদি যতগুলি ইচ্ছা সরলরেখা অঙ্কন কর। [চিত্র নং—9]

একটি বিন্দু হইতে যেমন অসংখ্য রেখা টানা যায়, তেমনি অসংখ্য রেখা একটি বিন্দুতে আবার মিলিতও হইতে পারে।

[চিত্র নং—10]

(2) দুইটি বিন্দুর মধ্য দিয়া কেবলমাত্র একটি রেখাই অঙ্কন করা যায়।

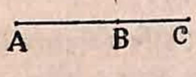
খাতার উপর A ও B দুইটি বিন্দু লও। স্কেলের সাহায্যে A ও B পেন্‌সিলের দাগ দিয়া যুক্ত কর। লক্ষ্য কর, A ও B বিন্দু দিয়া একটিমাত্র সরলরেখা অঙ্কিত হইয়াছে। যদিও যে কোন বিন্দু A-র মধ্য দিয়া আমরা যথেচ্ছ সংখ্যক রেখা অঙ্কন করিতে পারি, তবুও উহাদের মধ্যে কেবল-মাত্র একটি রেখাই B বিন্দু দিয়া যাইবে। [চিত্র নং—11]



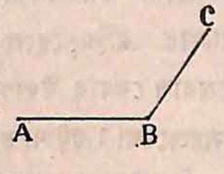
চিত্র নং—11

(3) তিন বা ততোধিক বিন্দু একই সরলরেখার উপর থাকিতে পারে আবার নাও পারে।

খাতার উপর ABC তিনটি বিন্দু লও। স্কেলের সাহায্যে বিন্দুগুলি যোগ কর। লক্ষ্য কর—বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থান করিয়া আছে। এখন এই সরলরেখার উপর অপর যতগুলি বিন্দুই স্থাপন করা যাক্ না কেন, উহারা একই সরলরেখায় অবস্থান করিবে। [চিত্র নং—12]



চিত্র নং—12



চিত্র নং—13

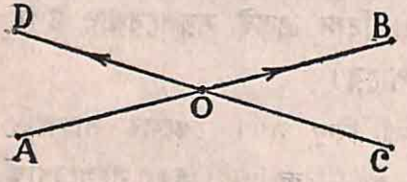
13 নং চিত্রে লক্ষ্য কর, AB এক সরলরেখায় অবস্থান করিলেও C-বিন্দু সরলবেখার বাহিরে রহিয়াছে। AB রেখার বর্ধিতাংশের

উপর অবস্থিত নয় এইরূপ বিন্দু ভিন্ন সকল বিন্দুই সরলরেখার বাহিরে পড়িবে।

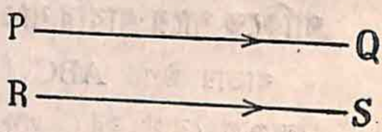
[দ্রষ্টব্য : যে সকল বিন্দু এক সরলরেখায় অবস্থান করে—তাহাদের 'সমরেখ' বলে]

(4) একই সমতলে অবস্থিত দুইটি রেখা পরস্পরকে ছেদ করিতে পারে আবার নাও করিতে পারে। ছেদ না করিলে উহাদের 'সমান্তরাল' বলা হইবে।

14 নং চিত্রে দেখ—একই সমতলের উপর অবস্থিত AB ও CD সরলরেখাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে।



চিত্র নং—14



চিত্র নং—15

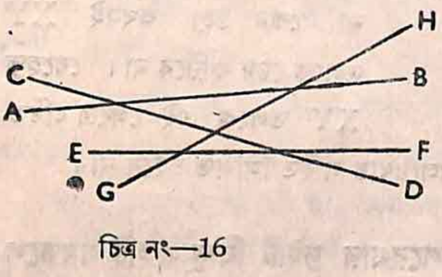
কিন্তু একই সমতলে অবস্থিত PQ ও RS রেখাদ্বয় পরস্পরকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে নাই। রেখাদ্বয়ের উভয় পার্শ্ব ক্রমাগত বৃদ্ধি করিলেও উহারা কখনও পরস্পরকে ছেদ করিবে না [চিত্র নং —15]। জানালার রেলিং, রেলের লাইন, লেখার কাগজের লাইন —ইত্যাদি সমান্তরাল রেখার উদাহরণ।

সমান্তরাল সরলরেখা : দুই বা ততোধিক সরলরেখাকে উভয়দিকে বর্ধিত করিলে যদি উহারা কখনও মিলিত না হয়, তবে উহাদের সমান্তরাল সরলরেখা (Parallal Lines) বলে। [চিত্র নং—15]

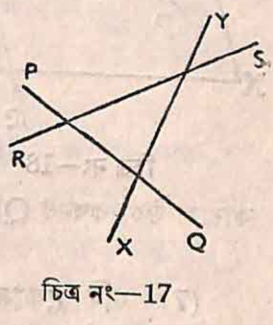
(5) তিন বা ততোধিক রেখা একই বিন্দুর মধ্য দিয়া

যাইতে পারে আবার নাও যাইতে পারে। রেখাগুলি একই বিন্দু দিয়া গেলে উহাদিগকে 'সমবিন্দু' (Congurrence) বলা হয়।

যে-কোন দুইটি রেখা যদি পরস্পর ছেদ করে এবং উহাদের ছেদ-বিন্দু দিয়া যদি তৃতীয় একটি রেখা যায়, তখন রেখাত্রয় সমবিন্দু হয়। 9 নং চিত্রে AB, CD, EF—ইত্যাদি রেখাগুলি একই বিন্দু O-এর মধ্য দিয়া গিয়াছে ; অর্থাৎ, উহারা 'সমবিন্দু'।



চিত্র নং—16



চিত্র নং—17

কিন্তু উপরের [16 নং চিত্রে] AB, CD, EF, GH রেখা চারিটি 'সমবিন্দু' নহে। আবার [17 নং চিত্রে] PQ, RS, XY রেখা তিনটি পরস্পরকে একটিমাত্র বিন্দুতে ছেদ করে নাই।

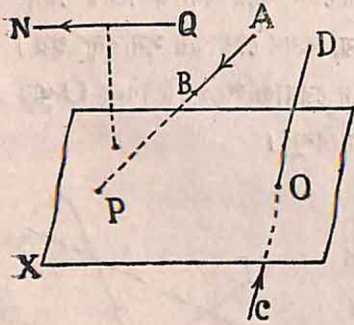
[**দ্রষ্টব্য :** তিন বা ততোধিক সরলরেখা এক বিন্দুগামী হইলে উহাদের 'সমবিন্দু' বলে।]

(6) একটি সরলরেখা কোন সমতলের কোন এক বিন্দুকে ছেদ করিতে পারে আবার নাও পারে।

যদি একটি সমতল ও একটি সরলরেখা সমান্তরাল না হয়, তাহা হইলে ঐ সরলরেখাকে বর্ধিত করিলে উহা সমতলকে একটি বিন্দুতে ছেদ করিবে। কিন্তু ঐ সরলরেখা এবং সমতল যদি পরস্পর

সমান্তরাল হয় তাহা হইলে ঐ সরলরেখা সমতলকে কখনই ছেদ করিবে না। [চিত্র নং—18]

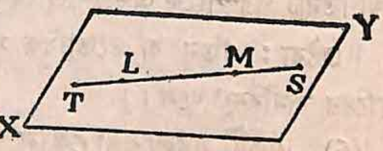
চিত্রে XY সমতলকে GD রেখা O বিন্দুতে এবং AB রেখা P বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে। আবার দেখ, QN একটি সরল রেখা যাহা XY সমতলের সমান্তরাল। স্থতরাং QN সরল রেখাকে যতই বর্ধিত করা যাক্ না কেন উহা কখনই XY তলকে ছেদ করিবে না। যেহেতু XY তলকে এই ক্ষেত্রে বর্ধিত করিলে উহা কখনই QN সরলরেখার সহিত মিলিত হইবে না।



চিত্র নং—18

(7) **যদি কোন সরলরেখার দুইটি বিন্দু একটি সমতলে থাকে তবে ঐ সরলরেখাটি সম্পূর্ণরূপে ঐ তলে থাকিবে।**

পার্শ্বের চিত্রে দেখ, XY সমতলের উপর LM দুইটি বিন্দু যোগ করিয়া যে সরলরেখা পাওয়া গেল, তাহা (ঐ রেখার যে-কোন বিন্দুই) ঐ সমতলে অবস্থিত অর্থাৎ রেখাটির সম্পূর্ণ অংশ উক্ত তলের সহিত মিশিয়া আছে।

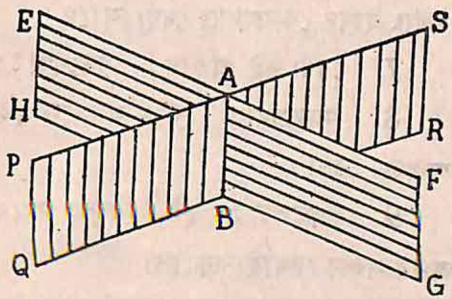


চিত্র নং—19

এখন ঐ সরলরেখাটিকে উভয় দিকে TS পর্যন্ত বর্ধিত করিলেও উহা সম্পূর্ণরূপে XY সমতলে থাকিবে।

(8) দুইটি সমতল পরস্পর একটি সরলরেখায় ছেদ করিতে পারে আবার নাও করিতে পারে।

তোমরা যে ঘরে থাক, তাহার দুইটি পাশাপাশি দেওয়ালের দিক্ লক্ষ্য কর। দেখিবে—উহারা পরস্পর যেন একটি সরলরেখায় মিলিত হইয়াছে। [20 নং চিত্রে] PQ RS ও EFGH তল দুইটি AB সরল-রেখায় ছেদ করিয়াছে। সুতরাং বলা যায়—দুইটি সমতল পরস্পর সমান্তরাল না হইলে উহারা পরস্পর একটি সরলরেখায় ছেদ করিবে।



চিত্র নং—

কিন্তু ঘরের মেঝে ও ছাদ সমতল দুইটি পরস্পর সমান্তরাল। সুতরাং উহা কখনই ছেদ করিবে না।

সারাংশ

1. **তল**ঃ দ্বি-মাত্রিক। অর্থাৎ ইহার কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে।

2. **ঘনবস্তু**ঃ ত্রিমাত্রিক। ইহার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ আছে। ঘনবস্তু এক বা একাধিক তলদ্বারা বেষ্টিত হয়।

3. ঘনবস্তু সাধারণতঃ তিন প্রকার। যথা—(i) **অসম**, (ii) **সুষম**, (iii) **সুসমঞ্জস**।

4. **সমতলের** উপর যে চিত্র অঙ্কিত হয় তাহাই **সামতলিক** চিত্র।

5. **বিন্দু ঃ** জ্যামিতি শাস্ত্রে বিন্দুর অবস্থিতি আছে। কিন্তু উহার কোন মাত্রা (দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ) নাই।

6. **রেখা ঃ** বিন্দু হইতে রেখার সৃষ্টি। রেখা একমাত্রিক। অর্থাৎ ইহার কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য আছে।

7. রেখা দুই প্রকার। **সরলেখা ঃ ও বক্ররেখা।**

8. **সরলেখা ঃ** কোন সমতলে দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দুর সংযোজক ক্ষুদ্রতম রেখা।

9. **বক্ররেখা ঃ** দুইটি বিন্দুর সংযোজক ক্ষুদ্রতম রেখা ভিন্ন অপর সকল রেখাই বক্ররেখা।

10. **সমতল ঃ** যে তল সর্বত্র সমান, কোথাও উঁচু বা নীচু নহে।

11. **বক্রতল ঃ** যে তল সর্বত্র সমান নহে, কোথাও উঁচু বা নীচু।

12. **ঘনবস্তু তল** দ্বারা, **তল** রেখা দ্বারা এবং **রেখা** বিন্দু দ্বারা সীমাবদ্ধ।

13. একটি বিন্দু দিয়া অসংখ্য রেখা অঙ্কন করা যায়।

14. অসংখ্য রেখা একটি বিন্দুতে মিলিত হইতে পারে।

15. দুইটি বিন্দুর মধ্য দিয়া কেবলমাত্র একটি রেখাই অঙ্কন করা যায়।

16. তিন বা ততোধিক বিন্দু একই সরলরেখার উপর থাকিতে পারে আবার নাও থাকিতে পারে।

17. দুইটি রেখা পরস্পরকে ছেদ করিতে পারে আবার নাও করিতে পারে। ছেদ না করিলে উহাদের 'সামন্তরাল, বলা হইবে।

18. তিন বা ততোধিক রেখা একই বিন্দুর মধ্য দিয়া যাইতে পারে আবার নাও যাইতে পারে। রেখাগুলি একই বিন্দু দিয়া গেলে উাহাদিগকে 'সমবিন্দু' বলা হয়।

19. একটি সরলরেখা কোন সমতলকে এক বিন্দুতে ছেদ করিতে পারে আবার নাও করিতে পারে।

20. যদি কোন সরলরেখার দুইটি বিন্দু একটি সমতলে থাকে তবে ঐ সরলরেখাটি সম্পূর্ণরূপে ঐ তলে থাকিবে।

21. দুইটি সমতল পরস্পর একটি সরলরেখায় ছেদ করিতে পারে আবার নাও করিতে পারে।

অনুশীলনী

1. 'জ্যামিতি' কথার অর্থ কি ? জ্যামিতির উৎপত্তি কিরূপে হইল ?

2. 'ঘনবস্তু' বলিতে কি বুঝায় ? ঘনবস্তু ও সামতলিক চিত্রে প্রভেদ কোথায় ? উদাহরণ দ্বারা বুঝাইয়া দাও।

3. বস্তুর 'মাত্রা' কাহাকে বলে ? মাত্রাগুলি কি—কি ?

4. বিন্দু, রেখা ও তল কাহাকে বলে ? চিত্র অঙ্কন করিয়া ঐগুলি বুঝাইয়া দাও।

5. রেখা কয়প্রকার এবং কি—কি ? সরলরেখা, বক্ররেখা ও সমান্তরাল-রেখা কাহাকে বলে ?

6. তল কয়প্রকার এবং কি—কি ? উভয় প্রকার তলের প্রভেদ দেখাও।

7. (i) বই, (ii) সূক্ষ্ম সূতা, (ii) মসৃণ কাগজ, (iv) একটি মার্বেল, (v) একটি বাক্স, (vi) ইট।

উপরের বস্তুগুলির মাত্রা কত বল ?

8. নিম্নলিখিত বস্তুগুলিকে (i) বিন্দু, (ii) রেখা এবং (iii) তল অনুযায়ী শ্রেণীভুক্ত কর।

(i) টেবিলের উপরিভাগ, (ii) ছুঁচের অগ্রভাগ, (ii) পুস্তকের পৃষ্ঠা,

(iv) কাগজের ভাঁজ, (v) ব্ল্যাকবোর্ডের কোণা, (vi) বাক্সের ধার, (vii) দেওয়াল ও মেঝের মিলন-স্থল।

9. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির সঠিক উত্তর দাও।

(i) একটি বিন্দু হইতে কতগুলি রেখা অঙ্কন করা যায় ?

(ii) একটি বিন্দুর মধ্য দিয়া একটি সরলরেখা অঙ্কন করা যায়—কি ?

(iii) দুইটি বিন্দুর মধ্য দিয়া কতগুলি রেখা অঙ্কন করা যায় ?

(iv) দুইটি রেখা কয়টি বিন্দুতে ছেদ করিতে পারে ?

(v) দুইটি সমতল একটি সরলরেখায় মিলিত হয় কি ?

(vi) তিনটি রেখা অধিকপক্ষে কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে ?

(vii) একটি রেখা একটি তলকে কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে ?

(viii) দুইটি সরলরেখা পরস্পরকে কখনও ছেদ করে কি ?

10. শূন্যস্থান পূরণ কর :—

(i) 'জ্যা' শব্দের অর্থ——। (ii) তলের——; রেখা——ও ঘনবস্তুর——মাত্রা আছে। (iii) ঘনবস্তু——দ্বারা, তল——দ্বারা এবং রেখা——দ্বারা সীমাবদ্ধ। (iv) যে সকল সরলরেখা একটি বিন্দুতে মিলিত হয়, তাহাদের——বলে। (v) যে সকল বিন্দু এক সরলরেখায় অবস্থান করে তাহাদের——বলে। (vi) দুইটি তল ছেদ করিলে——র উৎপত্তি হয়। (vii) ফুটবলের উপর কোন রেখা টানিলে——হইবে।

11. নিম্নের বাক্যগুলি সঠিক হইলে (√)-চিহ্ন এবং ভুল হইলে (×) চিহ্ন দাও।

(i) ঘনবস্তু মাত্রাহীন। (ii) তল ত্রিমাত্রিক। (iii) সিনেমার চিত্র সামতলিক। (iv) বিন্দু রেখার সমষ্টি। (v) বক্রতলে বক্ররেখা অঙ্কিত হয়। (vi) তিনটি সমতল একটি বিন্দুতে ছেদ করে। (vii) সমান্তরাল রেখা ও সরলরেখা একই রেখা।

দ্বিতীয় অধ্যায়

কাগজের নক্সা বা মডেল তৈয়ারীর প্রণালী

তোমরা সকলেই বাক্স, সুটকেস, ইট, লুডোর ছক প্রভৃতি অনুরূপ বস্তুর সহিত বিশেষ পরিচিত। এইরূপ বস্তুকে **সমকোণী ষট্‌ফলক** (Rectangulur Parallelopiped) বা **ঘনক** (Cube) বলে। ইহাদের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ আমরা সহজেই মাপিতে পারি। এই তিনটি মাপ সমান না হইলে—বস্তুটিকে **'সমকোণী ষট্‌ফলক'** (সমকোণী চৌপল) বলে। আবার এই তিনটি মাপ পরস্পর সমান হইলে—উহাকে **'ঘনক'** বলে।

তোমরা অনেকে আবার পিরামিড, প্রিজম—ইত্যাদির সহিত পরিচিত আছ। এই সকল ঘনবস্তু অন্ততঃপক্ষে চারিটি সমতল দ্বারা বেষ্টিত। উহাদিগকে **বহুতলক**ও বলা হয়। এই সমতলগুলি ঐ সকল ঘনবস্তুর **পৃষ্ঠ** (Face)। পাশাপাশি দুইটি সমতল বা পৃষ্ঠ পরস্পর মিলিত হইয়া যে রেখার সৃষ্টি করে—তাহাকেই বহুতলকের ধার (Edge] বলে। বহুতলকের অন্ততঃ তিনটি ধার যে-স্থানে পরস্পর মিলিত হইয়া বিন্দুর সৃষ্টি করে—তাহাকে উহার **শীর্ষ** [Vertex] বলে।

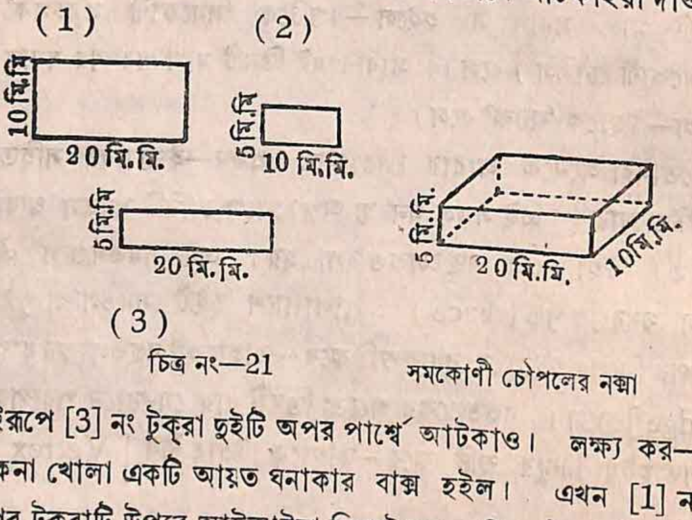
সমকোণী চৌপল, ঘনক ও বহুতলকের পৃষ্ঠ, ধার ও শীর্ষের মধ্যে যে সম্পর্কতা লক্ষ্য করা যায়—তাহা পরে আলোচিত হইবে।

এক্ষণে কাগজের সাহায্যে কিরূপে বিভিন্ন ঘনবস্তুর নক্সা বা মডেল তৈয়ারী করা যায়—তাহা আলোচনা করা যাক্। আমরা এখানে কেবলমাত্র সমকোণী চৌপল বা আয়ত ঘনক, ঘনক ও বহুতলক

[পিরামিড ও প্রিজম]-এর কাগজের নক্সা বা মডেল বিষয়ে আলোচনা করিব।

1. সমকোণী চৌপল তৈয়ারীর প্রণালী।

প্রথম প্রণালী ঃ প্রথমে নিম্নের [1] নং চিত্রের ন্যায় নির্দিষ্ট মাপের শক্ত কাগজ বা পিচবোর্ডের টুক্‌রা প্রত্যেকটি দুইটি করিয়া কাটিয়া লও। এইবার [1]নং টুক্‌রার প্রস্থের দিকের দুই পার্শ্বে [2]নং টুক্‌রা দুইটি পাতলা কাগজ ও আঠার সাহায্যে লম্বভাবে আটকাইয়া দাও।

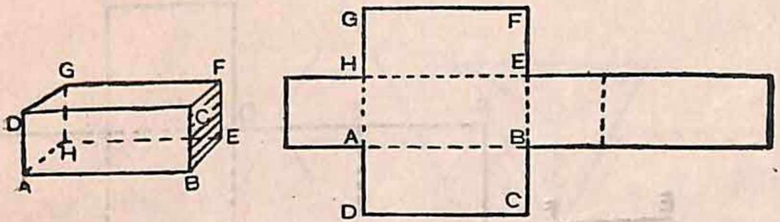


চিত্র নং—21 সমকোণী চৌপলের নক্সা

এইরূপে [3] নং টুক্‌রা দুইটি অপর পার্শ্বে আটকাও। লক্ষ্য কর—ঢাকনা খোলা একটি আয়ত ঘনাকার বাক্স হইল। এখন [1] নং অপর টুক্‌রাটি উপরে আটকাইয়া দিলেই সমকোণী চৌপল তৈয়ারী হইবে। মনে রাখিবে—দুইটি তল যেখানে যেখানে মিলিত হইয়াছে—সেই সকল স্থানে আঠা লাগাইতে হইবে।

দ্বিতীয় প্রণালী ঃ অনেক সময় কাগজ না কাটিয়াও সমকোণী চৌপল তৈয়ারী করা যায়। মিষ্টির বাক্স, জুতার বাক্স, ঔষধের বাক্স

প্রভৃতি আয়ত ঘনাকার বাক্সের কাগজ সম্পূর্ণ না কাটিয়াও কেবলমাত্র ভাঁজ করিয়া এইরূপ ঘনবস্তুর আকার দেওয়া যায়। [চিত্র নং—22]



চিত্র নং—22 সমকোণী চৌপলের নক্সা

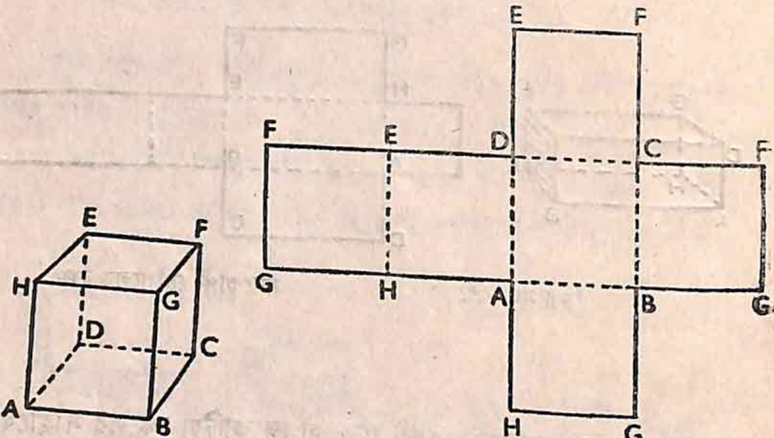
উপরের চিত্র অনুযায়ী একটি শক্ত কাগজ কাটিয়া স্কেলের সাহায্যে মাপিয়া ভাঁজের স্থানগুলিতে দাগ দাও। এইবার চিত্রের ন্যায় (কাটা কাটা করিয়া আঁকা) রেখা বরাবর ভাঁজ করিয়া তাহার ধারগুলি আঁটিয়া দিলেই চিত্রের বামদিকের বস্তুর ন্যায় একটি সমকোণী চৌপল তৈয়ারী হইবে। [চিত্র নং—22]

2. ঘনক তৈয়ারীর প্রণালী।

সমকোণী চৌপল যেরূপে প্রস্তুত করা যায়—ঘনকও সেইরূপে প্রস্তুত হয়। দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান রাখিয়া একই মাপের ছয় টুক্‌রা শক্ত কাগজ কাটিয়া পূর্বের ন্যায় আঠা দ্বারা জোড়া লাগাইলে 'ঘনক' তৈয়ারী হইবে।

কাগজ না কাটিয়া কেবলমাত্র ভাঁজ করিয়াও 'ঘনক' প্রস্তুত করা

যায়। নিম্নের চিত্রের ন্যায় কাগজ কাটিয়া স্কেলের সাহায্যে মাপিয়া ভাঁজের স্থানগুলি চিহ্নিত কর। প্রত্যেকটি চৌকা ঘর একই মাপের



চিত্র নং—23 ঘনকের নক্সা

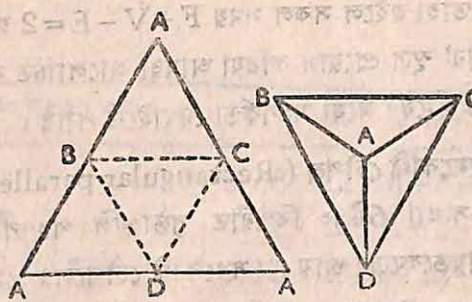
হইবে। এখন চিত্রের ন্যায় (কাটা কাটা করিয়া আঁকা) রেখা বরাবর ভাঁজ করিয়া তাহার ধারগুলি আঁটিয়া দিলে চিত্রের বামদিকের বস্তুর ন্যায় একটি 'ঘনক' তৈয়ারী হইবে। [চিত্র নং—23]

বিভিন্ন মাপের কাগজ কাটিয়া এইরূপে নানান 'ঘনক' প্রস্তুত করা যায়।

3. চতুস্তলক তৈয়ারীর প্রণালী।

সমকোণী চৌপল ও ঘনকের ক্ষেত্রে তোমরা লক্ষ্য করিয়া থাকিবে—যে, উহাদের ছয়টি করিয়া 'তল' রহিয়াছে। কিন্তু চতুস্তলকের ক্ষেত্রে মাত্র চারিটি 'তল' রহিয়াছে। আবার সমকোণী

ঘনকের চৌপল বা তলগুলি চারিটি প্রান্তরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ। কিন্তু চতুস্তলকের তলগুলি তিনটি প্রান্তরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ।



চিত্র নং—24 চতুস্তলকের নক্সা

প্রথমে ত্রিভুজাকৃতি বিশিষ্ট AAA একটি কাগজের টুকরা কাটিয়া লও। লক্ষ্য রাখিবে—যে, উহার প্রত্যেকটি প্রান্তের দৈর্ঘ্য যেন সমান হয়। এখন স্কেলের সাহায্যে ত্রিভুজটির বাহুগুলির মধ্যবিন্দু দুইটি করিয়া যোগ কর ও যথাক্রমে B, C, D নির্ণয় কর। BC, BD এবং CD রেখা বরাবর তিনটি ভাঁজ করিলে AAA তিনটি বিন্দু একসাথে মিলিয়া যাইবে। এখন ঐ স্থানটি আঠা দ্বারা জুড়িয়া দিলেই 'চতুস্তলক' প্রস্তুত হইবে।

বিভিন্ন মাপের কাগজ কাটিয়া নানা ধরণের 'চতুস্তলক' প্রস্তুত করা যায়।

এখন আমরা পূর্ব আলোচিত বহুতলকগুলির পৃষ্ঠ, ধার ও শীর্ষগুলির মধ্যে যে সম্পর্কতা রহিয়াছে তাহা আলোচনা করিব।

4. পৃষ্ঠ, ধার ও শীর্ষের মধ্যে সম্পর্কতা।

প্রখ্যাত গণিত শাস্ত্রবিদ্ ইউলীর বহুতলকের গঠন-প্রকৃতি সম্বন্ধে

একটি সূত্র দিয়াছেন। তিনি প্রমাণ করিয়া দেখাইয়াছেন—যদি কোন বহুতলকের পৃষ্ঠা-সংখ্যা $= F$, কিনারা-সংখ্যা $= E$ ও শীর্ষ সংখ্যা $= V$ হয়, তাহা হইলে সকল সময় $F + V - E = 2$ হইবে।

'ইউলীর' সূত্র প্রয়োগ করিয়া আমরা আলোচিত বহুতলকগুলির পৃষ্ঠ, ধার ও শীর্ষের মধ্যে সম্পর্কতা দেখাইতে পারি।

(i) **সমকোণী চৌপল** (Rectangular parallelopiped) ঃ ইহার পৃষ্ঠ-সংখ্যা 6টি। বিপরীত পৃষ্ঠাগুলি পরস্পর সমান এবং দেখিতে আয়তক্ষেত্রের ন্যায়। সমকোণী চৌপলের মোট 12টি ধার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা—এই তিন ভাগে বিভক্ত। ইহার মোট 4টি শীর্ষ আছে। সূত্র অনুযায়ী ঃ $F=6$, $E=12$, $V=8$. সুতরাং $(6+8-12)=2$.

(ii) **ঘনক** (Cube) ঃ সমকোণী চৌপলের ন্যায় ঘনকেরও 6টি পৃষ্ঠ ; কিন্তু উহার পরস্পর সমান ও বর্গাকার। বিপরীত পৃষ্ঠগুলি সমান্তরাল। ইহার 12টি ধার ও 8টি শীর্ষ আছে। ধারগুলি পরস্পর সমান। সূত্র অনুযায়ী ঃ $F=6$, $E=12$, $V=8$. সুতরাং $(6+8-12)=2$.

ঘনকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হয় ; সমকোণী চৌপলের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা অসমান।

(iii) **সুষম চতুস্তলক** (Regular Tetrahedron) ঃ চতুস্তলকের 4টি পৃষ্ঠ প্রত্যেকটি এক একটি সমবাহু ত্রিভুজ। (সমবাহু-ত্রিভুজ কি পরে জানিবে)। ইহার মোট 6টি ধার আছে ; যেগুলি পরস্পর সমান। ইহার 4টি শীর্ষ আছে। সূত্র অনুযায়ী ঃ $F=4$, $E=6$, $V=4$. সুতরাং $(4+4-6)=2$.

নিম্নে বিভিন্ন প্রকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠ, শীর্ষ ও কিনারা বা ধার-এর তুলনা-মূলক তালিকা দেওয়া হইল।

বহুতলকের নাম	F	V	E	F+V−E=?
ঘনক	6	8	12	6+8−12=2
সমকোণী চৌপল	6	8	12	6+8−12=2
ষড়ভুজ ভূমি-বিশিষ্ট প্রিজম	8	12	18	8+12−18=2
ত্রিভুজাকৃতি পিরামিড	4	4	6	4+4−6=2
অষ্টতলক	8	6	12	8+6−12=2
ইট	6	8	12	6+8−12=2
সিগারেটের প্যাকেট	6	8	12	6+8−12=2
বই	6	8	12	6+8−12=2
ক্যামেরা বক্স	6	8	12	6+8−12=2
আয়তাকার ভূমি-বিশিষ্ট পিরামিড	5	5	8	5+5−8=2
জুতার বাক্স	6	8	12	6+8−12=2

—সারাংশ—

1. সমকোণী চৌপল বা ষট্‌ফকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ সমান নহে।

2. ঘনকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ পরস্পর সমান।

3. পিরামিড, প্রিজম—ইত্যাদি ঘনবস্তু চারিটি সমতল দ্বারা বেষ্টিত।

4. দুইটি সমতল বা পৃষ্ঠ মিলিত হইয়া যে রেখা সৃষ্টি করে তাহাকে বহুতলকের ধার (Edge) বলে।

5. বহুতলকের অন্ততঃ তিনটি ধার যে স্থানে মিলিত হইয়া বিন্দুর সৃষ্টি করে—তাহাকে উহার শীর্ষ (Vertex) বলে।

6. কাগজ না কাটিয়া কেবলমাত্র ভাঁজ করিয়াও সমকোণী চৌপল, ঘনক, চতুস্তলক—ইত্যাদি ঘনবস্তুর নক্সা বা মডেল প্রস্তুত করা যায়।

7. বহুতলকগুলির পৃষ্ঠ, ধার ও শীর্ষের মধ্যে সম্পর্কতা আছে।

8. প্রখ্যাত গণিতশাস্ত্রবিদ্ ইউলীর সূত্র : $F+V-E=2$; যখন F = বহুতলকের পৃষ্ঠ ; V = বহুতলকের শীর্ষ ও E = বহুতলকের ধার বা কিনারা।

9. সমকোণী চৌপলের 5টি পৃষ্ঠ, 12টি ধার ও 8টি শীর্ষ থাকে।

10. ঘনকের 6টি পৃষ্ঠা 12টি ধার ও 8টি শীর্ষ থাকে। এইগুলি প্রত্যেকটি পরস্পর সমান।

11. চতুস্তলকের 4টি পৃষ্ঠ, 6টি ধার ও 4টি শীর্ষ থাকে।

অনুশীলনী

1. সমকোণী চৌপল, ঘনক ও চতুস্তলকের আকার কিরূপ? জ্যামিতিক চিত্র আঁকিয়া বুঝাইয়া দাও।

2. সমকোণী চৌপল বা ষট্‌ফলক ও ঘনকের মধ্যে পার্থক্য কি?

3. কোন সমকোণী চৌপলের দৈর্ঘ্য 5 সেমি., প্রস্থ 4 সেমি. ও উচ্চতা 3 সেমি.। কাগজ কাটিয়া উহার মডেল বা নক্সা প্রস্তুত কর। কত বর্গসেমি. কাগজের প্রয়োজন হইবে দেখাও।

4. একটি ঘনকের কাগজের নক্সা প্রস্তুত কর। ঘনকের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সেমি. হইবে।

5. 5 সেমি. ধারাবিশিষ্ট একটি সুষম চতুস্তলক কাগজ কাটিয়া প্রস্তুত কর।

6. নিম্নলিখিত ঘনবস্তুগুলির তল বা পৃষ্ঠ-সংখ্যা, শীর্ষ-সংখ্যা ও ধার বা কিনারা-সংখ্যা কত বল।

(i) একখানি বই, (ii) একটি গেলাস, (iii) একটি লুডোর ছক (iv) মোচার অগ্রভাগ, (v) একটি টিনের কৌটা, (vi) একটি প্রিজম' (vii) একটি বাক্স।

7. **ইউলারের সূত্র** প্রয়োগ করিয়া নিম্নের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

(i) কোন বহুতলকের পৃষ্ঠ-সংখ্যা 6, শীর্ষ-সংখ্যা 8 ; কিনারা-সংখ্যা কত ?

(ii) কোন বহুতলকের পৃষ্ঠ-সংখ্যা 6, কিনারা-সংখ্যা 8 ; শীর্ষ-সংখ্যা কত ?

(iii) কোন বহুতলের কিনারা-সংখ্যা 6, পৃষ্ঠ-সংখ্যা 4 ; শীর্ষ-সংখ্যা কত ?

(iv) কোন বহুতলকের শীর্ষ-সংখ্যা 5, কিনারা-সংখ্যা 8 ; পৃষ্ঠ-সংখ্যা কত ?

8. নিম্নের প্রশ্নগুলির **সঠিক উত্তর** দাও।

(i) সমকোণী চৌপল ও ঘনকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ সমান।

(ii) 'চতুস্তলক' একাধিক তল দ্বারা বেষ্টিত।

(iii) বহুতলকের একাধিক ধার বা কিনারা মিলিত হইয়া 'বিন্দুর' সৃষ্টি করে।

(iv) কাগজ ভাঁজ করিয়া 'বহুতলক' ঘনবস্তু প্রস্তুত করা যায় না।

(v) 'ইউলীর' সূত্রানুযায়ী কোন বহুতলকের পৃষ্ঠ-সংখ্যা ও শীর্ষ-সংখ্যা দেওয়া থাকিলে কিনারা-সংখ্যা বাহির করা যায়।

(vi) ঘনকের পৃষ্ঠগুলি পরস্পর সমান নহে।

(vii) যে-কোন চতুস্তলের ছয়টি কিনারা থাকে।

9. শূন্যস্থান পূরণ কর :---

(i) সমকোণী চৌপলের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ---। (ii) পাশাপাশি দুইটি পৃষ্ঠ পরস্পর মিলিত হইয়া--সৃষ্টি করে। (iii) লুডোর ছক---বস্তু। (iv) চতুস্তলকের তল---প্রান্তরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ। (v) বিভিন্ন মাপের কাগজ কাটিয়া বিভিন্ন প্রকার---তৈয়ারী করা যায়। (vi) ঘনকের বিপরীত পৃষ্ঠগুলি---।

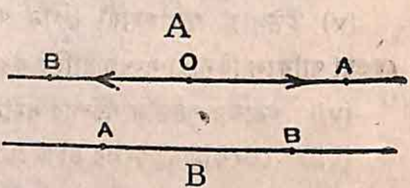
তৃতীয় অধ্যায়

রেখাংশ (Segment) ও কোণ (Angle)

ইতিপূর্বে তোমরা যে সকল রেখার সহিত পরিচিত লাভ করিয়াছ তাহা প্রকৃতপক্ষে **খণ্ডিত** বা **বিভাজিত সরলরেখা** (Line Segment)। প্রকৃতপক্ষে রেখার কোন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য নাই এবং ইহার কোন 'প্রান্তবিন্দু' থাকে না। খণ্ডিত বা বিভাজিত সরল রেখার অবশ্যই 'প্রান্তরেখা' থাকিবে। তল জ্যামিতি (Plane Geometry)-তে এই অসীম সরলরেখা বুঝাইবার জন্য সরলরেখার দুই প্রান্তে তীর-চিহ্ন দেওয়া হয়। [চিত্র নং—25A]

1. রেখাংশ ও রশ্মিরেখা :

একখণ্ড কাগজ ভাঁজ করিয়া যে সরলরেখাটি পাওয়া যায়—তাহার উপর দুইটি বিন্দু A ও B লও। A ও B-এর মধ্যে অবস্থিত রেখাটির অংশটিকে **রেখাংশ** (Segment) বলে এবং ইহাকে $\overline{AB}$ বলিয়া উল্লেখ করা হয়। অতএব, দুইটি প্রান্ত-বিন্দু দ্বারা সীমাবদ্ধ সরলরেখাই একটি রেখাংশ। (চিত্র নং—25B)



চিত্র নং—25 রেখা ও রেখাংশ

আবার কাগজ ভাঁজ করিয়া যে সরলরেখাটি পাওয়া গেল, তাহার উপর একটি বিন্দু O লইলে দেখা যায়—O বিন্দুটি ঐ সরলরেখাটিকে দুইটি ভাগে বিভক্ত করিয়াছে। উহার এক ভাগ তোমার ডানদিকে

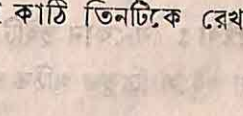
এবং অপরভাগ বামদিকে অবস্থিত। রেখাটির এই দুইটি ভাগ একটি প্রান্তবিন্দু (End-Point) দ্বারা সীমাবদ্ধ হইয়াছে। ইহাদের প্রত্যেকটিকে একটি রশ্মিরেখা (Ray) বলা হয় এবং ইহাদের OA এবং OB দ্বারা উল্লেখ করা হয়। তীরের নীচের প্রথম অক্ষরটি 'মূল বিন্দু' জ্ঞাপন করে। (চিত্র নং—25A)

[**দ্রষ্টব্য :** আমাদের সুবিধার্থে আমরা রেখাংশকেই 'রেখা' বলিয়া থাকি।]

2. রেখাংশ বা রেখার সাহায্যে ক্ষেত্র প্রস্তুত প্রণালী :

ত্রিভুজ : একটি বা দুইটি রেখাংশকে তুমি যে ভাবেই স্থাপন কর না কেন, উহারা কোন ক্ষেত্র প্রস্তুত করিতে সক্ষম হইবে না। কিন্তু দুইয়ের অধিক রেখাংশ স্থাপন করিলে উহা ক্ষেত্র প্রস্তুত করিবেই।

তিনটি দিয়াশালাই কাঠি লও। এই কাঠি তিনটিকে রেখাংশ মনে কর। এখন এই কাঠি তিনটির প্রান্তবিন্দুগুলি মিলাইলে একটি ক্ষেত্র প্রস্তুত হইবে। পার্শ্বের ক্ষেত্রটি একটি ত্রিভুজের। অতএব, **তিনটি রেখাংশ-দ্বারা সমতলের কোন অংশ সীমাবদ্ধ হইলে—যে জ্যামিতিক চিত্র পাওয়া যায়, তাহাকে ত্রিভুজ Traingle বলে।**


চিত্র নং—26 ত্রিভূজ

বাহুভেদে ত্রিভুজকে তিন ভাগে ভাগ করা যায়। যথা—

(i) **সমবাহু ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান তাহাকে **সমবাহু ত্রিভুজ** বলে। [27 নং চিত্র] একটি

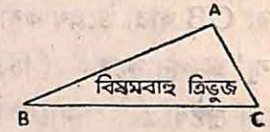
সমবাহু ত্রিভুজের চিত্র। সমবাহু ত্রিভুজের-প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হয়।



চিত্র নং—27



চিত্র নং—28



চিত্র নং—29

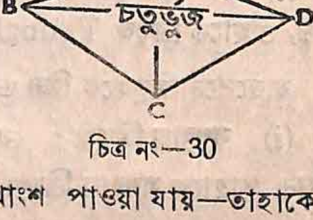
(ii) **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ঃ** যে ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য সমান তাহাকে **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ** বলে। [28 নং চিত্র] সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের।

(iii) **বিষমবাহু ত্রিভুজ ঃ** যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যই পরস্পর অসমান, তাহাকে **বিষমবাহু ত্রিভুজ** বলে। [29 নং চিত্র]

দ্রষ্টব্য ঃ যে-কোন দুইটি রেখাংশের মোট দৈর্ঘ্য তৃতীয়টি অপেক্ষা বড় না হইলে ত্রিভুজ গঠিত হইবে না।

8. চতুর্ভুজ (Quadrilateral) ঃ

চারিটি রেখাংশ দ্বারা সমতলের কোন অংশ সীমাবদ্ধ হইলে—যে জ্যামিতিক চিত্র পাওয়া যায়, তাহাকে চতুর্ভুজ বলে। পার্শ্বের চতুর্ভুজটির A B, B C, C D এবং D A চারিটি বাহু। A, B, C ও D বিন্দু চারিটি উহার শীর্ষ।

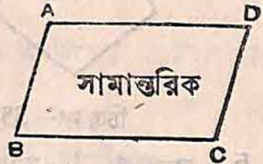


চিত্র নং—30

বিপরীত শীর্ষ যোগ করিলে যে রেখাংশ পাওয়া যায়—তাহাকে

চতুর্ভুজের কর্ণ (Diogonal) বলে। 30 নং চিত্রে AC ও BD রেখাংশদ্বয় A B C D চতুর্ভুজের কর্ণ।

বাহুভেদে চতুর্ভুজকে. কতকগুলি শ্রেণীতে ভাগ করা যায়। যথা—(i) **সামান্তরিক** (Paralleo-gram) : চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি সমান্তরাল হইলে উহা একটি **সামান্তরিক** হয়।

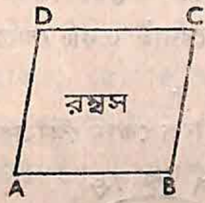


চিত্র নং—31

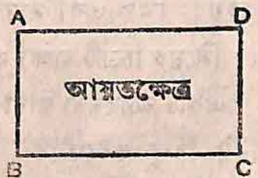
(ii) **ট্রাপিজিয়ম** (Trapezium)

কোন চতুর্ভুজের মাত্র দুইটি বাহু সমান্তরাল হইলে উহাকে '**ট্রাপিজিয়ম**' বলে।

(iii) **রম্বস** (Rhombus) : সামন্তরিকের সকল বাহু সমান হইলে উহাকে '**রম্বস**' বলে।



চিত্র নং—32



চিত্র নং—33



চিত্র নং—34

(iv) **আয়তক্ষেত্র** (Rectangle) : যে চতুর্ভুজের কোণগুলি সমকোণ এবং বিপরীত বাহুগুলি সমান তাহাকে '**আয়তক্ষেত্র**' বলে। A B C D আয়তক্ষেত্রটির প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ। AB DC ; AD = BC এবং ABC = 90°

(v) **বর্গক্ষেত্র** (Square) : আয়তক্ষেত্রের সকল বাহু সমান হইলে তাহাকে '**বর্গক্ষেত্র**' বলে। [34 নং চিত্রে] AB = BC = CD _ BA.

4. পঞ্চভুজ (Pentagone) : পাঁচটি সরলরেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ 'ঋজুরেখ' ক্ষেত্রকে পঞ্চভুজ বলে।



চিত্র নং—35



চিত্র নং—36

5. ষড়ভুজ Hexagone) : ছয়টি সরলরেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ 'ঋজুরেখ' ক্ষেত্রকে ষড়ভুজ বলে।

এইরকম সাতটি, আটটি—ইত্যাদি বাহু বিভিন্ন 'ঋজুরেখ' ক্ষেত্র প্রস্তুত করা যায়।

6. বক্ররেখার সাহায্যে ক্ষেত্র অঙ্কন।

তোমরা জান, একটি ক্ষেত্র আবৃত করিতে অন্ততঃ তিনটি সরলরেখার প্রয়োজন হয়। কিন্তু একটিমাত্র বক্ররেখাই একটি ক্ষেত্র আবৃত করিতে পারে। নিম্নের চিত্রটি লক্ষ্য কর।

বৃত্ত (Circle) : একটি বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ কোন ক্ষেত্রের মধ্যস্থিত কোন নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে বক্ররেখার প্রত্যেকটি বিন্দু সমদূরবর্তী হইলে ঐ ক্ষেত্রটিকে 'বৃত্ত' বলে। ঐ নির্দিষ্ট বিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্র (Center) এবং ঐ বক্ররেখাটি উহার পরিধি (Circumference)। কেন্দ্র হইতে পরিধির দূরত্বকে উহার ব্যাসার্ধ



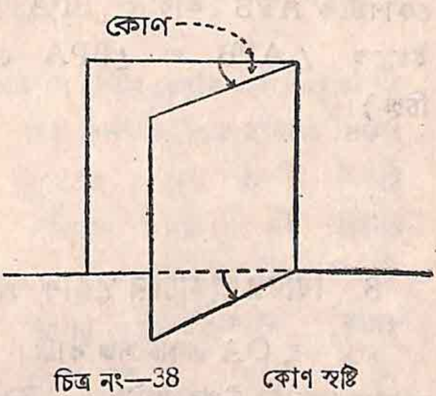
চিত্র নং—37

(Radius) বলে। কেন্দ্রের মধ্য দিয়া অঙ্কিত ও পরিধি দ্বারা সীমাবদ্ধ

রেখাংশকে ব্যাস (Diameter) বলে। 37 নং চিত্রে O, APB বৃত্তটির কেন্দ্র; OP, উহার ব্যাসার্ধ; AOB উহার ব্যাস এবং সম্পূর্ণ বক্ররেখাটি উহার পরিধি।

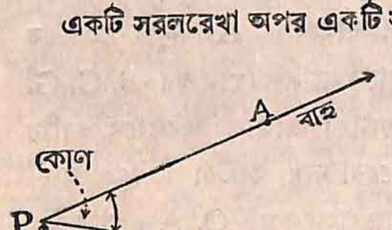
7. কোণ (Angle):

'কোণ' কথাটি তোমরা সকলেই শুনিয়া থাকিবে। ফুটবল মাঠে যখন 'কর্ণার' হয়, তখন তোমরা দেখিয়াছ—কর্ণার কিক্ মাঠের একটি কোণ থেকে করা হয়। এইরকম তুমি যে ঘরে থাক, সেই ঘরের দুইটি ধার যেখানে মিলিয়াছে সেখানে একটি 'কোণ' উৎপন্ন হইয়াছে। আবার, তোমার খাতা বা পুস্তকের দুইটি ধার যেখানে মিলিয়াছে সেখানেও একটি 'কোণ' সৃষ্টি হইয়াছে। এইরকম অসংখ্য 'কোণ' তোমরা দিনে-রাত্রে দেখিয়া থাকিবে।



চিত্র নং—38 কোণ সৃষ্টি

একটি সরলরেখা অপর একটি সরলরেখার উপর দণ্ডায়মান হইলে একটি অপরটির উপর যে পরিমাণ নত অবস্থায় থাকে তাহাকেই 'কোণ' বলে। সরলরেখা দুইটির সাধারণ বিন্দু বা ছেদ-বিন্দুকে কোণটির শীর্ষ (Vertex) এবং যে দুইটি সরলরেখা 'কোণ' উৎপন্ন করে—তাহাদিগকে ঐ কোণের 'বাহু' (Arm) বলে।



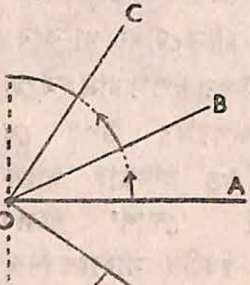
চিত্র নং—39 কোণ

39 নং—চিত্রটিতে P বিন্দুটি কোণটির শীর্ষ এবং A ও B উহার দুইটি বাহু।

সাধারণতঃ বর্ণমালার তিনটি অক্ষর দ্বারা কোণের নামকরণ করা হয়। যে বিন্দুতে কোণটি উৎপন্ন হইল—সেই বিন্দুটিকে মধ্যস্থলে রাখিয়া অক্ষর তিনটি পড়িতে হয়। 39 নং—চিত্রের কোণটিকে APB কোণ বা BPA কোণ বলা যায়। সংক্ষেপে ইহাকে $\angle APB$ বা $\angle BPA$ লেখা হয়। ($\angle$, কোণের চিহ্ন)।

8. বিভিন্ন প্রকারের 'কোণ' সৃষ্টি ঃ

মনে কর, OA একটি সরু কাঠি। উহার O প্রান্তকে পেরেকের সাহায্যে কাঠের উপর আটকাও। OA রেখা দাগ টানিয়া উহার অবস্থান চিহ্নিত কর। এখন A প্রান্তকে ঘুরাইলে উহা O-র চারদিকে ঘুরিয়া যাইবে। A-বিন্দুটি যে—যে অবস্থানে আসিল (মনে কর—B, C, G, —ইত্যাদি) প্রত্যেক অবস্থানে কাঠির প্রান্তরেখা দাগ কাটিয়া চিহ্নিত কর। এইবার লক্ষ্য কর—O, A-র প্রাথমিক অবস্থানের সহিত অন্যান্য অবস্থানগুলি বিভিন্ন 'কোণ' উৎপন্ন করিয়াছে।



বিভিন্ন প্রকারের 'কোণ' সৃষ্টি চিত্র নং—40

সুতরাং বুঝা যায়—সরলরেখার ঘূর্ণনে কোণের সৃষ্টি হয়।

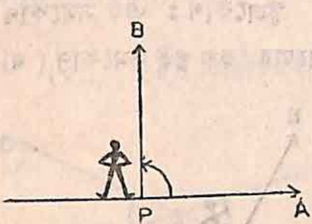
9. বিভিন্ন প্রকার কোণ :

(i) **শূন্যকোণ :** দুইটি সরলরেখা একটি বিন্দুতে মিলিত ও রেখাদ্বয় সমপতিত (Coincident) হইলে সরলরেখাদ্বয়ের কৌণিক ব্যবধান শূন্য হয়। এইরূপ কোণকে **শূন্যকোণ** বলে। 41 নং চিত্রে APB শূন্যকোণ অর্থাৎ APB = O.



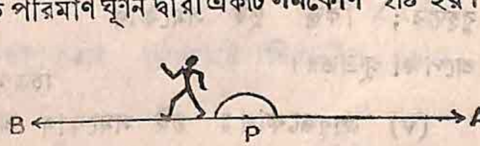
চিত্র নং 41 শূন্যকোণ

(ii) **সরলকোণ ও সমকোণ :** যে-কোন রেখার এক দিক্ হইতে ঠিক বিপরীত দিকে যাইতে সকল ক্ষেত্রেই ঘূর্ণনের একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ আছে। এই নির্দিষ্ট পরিমাণ ঘূর্ণন দ্বারা যে 'কোণ' উৎপন্ন হয়—তাহাকে **সরলকোণ** বলে।



চিত্র নং—42 সমকোণ

সরল কোণের অর্ধেক পরিমাণ ঘূর্ণন দ্বারা একটি **সমকোণ** সৃষ্টি হয়। সুতরাং এক সরলকোণ দুই সমকোণের সমান।

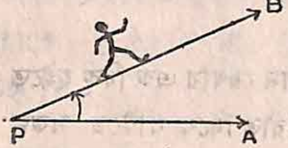


চিত্র নং—43 সরলকোণ

তোমার খাতার এক টুক্‌রা কাগজ লইয়া রুলারের সাহায্যে AB ধারটি সরলভাবে কাটিয়া লও। এখন কাগজটিকে ভাঁজ করিয়া B প্রান্তকে A প্রান্তের সহিত মিলাইয়া দাও। তাহা হইলে ভাঁজটি একটি সরলরেখা নির্দেশ করিবে। মনে কর—ভাঁজটি PB সরলরেখা নির্দেশ করিতেছে। এখন PB এবং AP রেখা P বিন্দুতে যে কোণ

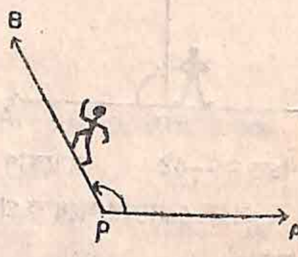
উৎপন্ন করিল, তাহাই সমকোণ (চিত্র নং—42)। এইবার ভাঁজটি খুলিয়া ফেল। P বিন্দুতে AP ও BP রেখা যে কোণ উৎপন্ন করিল, তাহাই সরলকোণ। এইক্ষেত্রে PB-কে AB রেখার উপর 'লম্ব-রেখা' বলে।

(iii) **সূক্ষ্মকোণ :** এক সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর কোণকে সূক্ষ্মকোণ বলে। পার্শ্বের চিত্রে ∠ABP সূক্ষ্মকোণ। উহা এক সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।



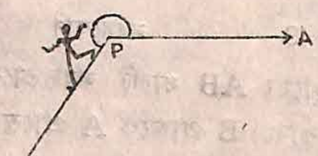
চিত্র নং—44 সূক্ষ্মকোণ

(iv) **স্থূলকোণ :** এক সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু দুই সমকোণ (বা সরলকোণ) অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর কোণকে স্থূলকোণ বলে। পার্শ্বের চিত্রে ∠APB স্থূলকোণ। লক্ষ্য কর—ইহা এক সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর; কিন্তু দুই সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।



চিত্র নং—45 স্থূলকোণ

(v) **প্রবৃদ্ধকোণ :** দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু চারি সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর কোণকে প্রবৃদ্ধকোণ বলে। পার্শ্বের চিত্রে ∠APB প্রবৃদ্ধকোণ। লক্ষ্য কর—ইহা দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কিন্তু চারি সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

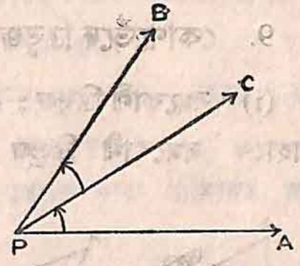


চিত্র নং—46 প্রবৃদ্ধকোণ

PB সরলরেখা AP সরলরেখা হইতে যাত্রা করিয়া যদি একটি

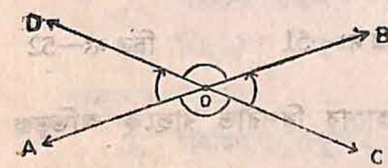
পূর্ণ আবর্তন করিয়া AP-র সহিত পুনরায় মিলিত হয়—তাহা হইলে যে 'কোণ' উৎপন্ন হইবে—উহাই চারি সমকোণ।

(vi) দুইটি কোণের যদি একটিমাত্র শীর্ষ থাকে তাহা হইলে ঐ কোণ দুইটির একটি সাধারণ বাহু থাকিবে। ঐ সাধারণ বাহুর উভয় পার্শ্বের কোণ দুইটিকে সন্নিহিত কোণ বলে। 46 নং চিত্রে ∠APC ও ∠CPB সাধারণ কোণ। PC কোণ দুইটির সাধারণ বাহু।



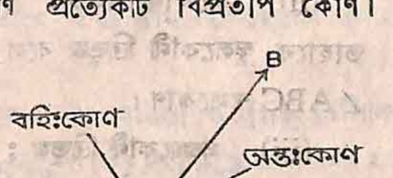
চিত্র নং—47 সন্নিহিত কোণ

(vii) দুইটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করিলে যে চারিটি কোণ উৎপন্ন হয়, তাহাদের পরস্পর বিপরীত দুইটি কোণকে বিপ্রতীপ কোণ বলে। পার্শ্বের চিত্রে ∠COB, ∠AOD ∠AOC ও ∠BPD প্রত্যেকটি বিপ্রতীপ কোণ।



চিত্র নং—48 বিপ্রতীপ কোণ

(viii) কোন কোণের যে কোন একটি বাহুকে বর্ধিত করিলে—যে দুইটি সন্নিহিত কোন উৎপন্ন হয়, তাহাদের একটিকে অন্তঃকোণ ধরিলে অপর কোণটি তাহার বহিঃ-কোণ হইবে। 49 নং চিত্রে ∠APB অন্তঃকোণ ও ∠BOC বহিঃকোণ।

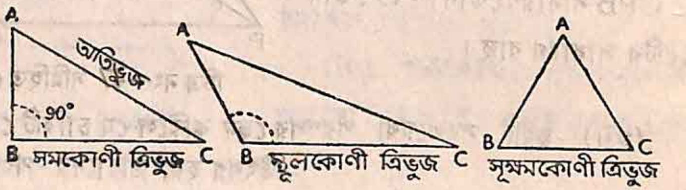


চিত্র নং—49

দ্রষ্টব্য ঃ অন্তঃকোণ ও বহিঃকোণের সমষ্টি সর্বদাই দুই সমকোণ বা 180° হইবে।

9. কোণভেদে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের শ্রেণীবিভাগ ঃ

(i) **সমকোণী ত্রিভুজ ঃ** যে ত্রিভুজের একটি মাত্র কোণ সমকোণ তাহাকে **সমকোণী ত্রিভূজ** বলে। 50 নং চিত্রে △ABC-র



চিত্র নং—50 চিত্র নং—51 চিত্র নং—52

∠ABC সমকোণ। সমকোণের বিপরীত বাহুকে অতিভুজ বলে।

(ii) **স্থূলকোণী ত্রিভুজ ঃ** যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ তাহাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে। 51 নং চিত্রে △ABC-এর ∠ABC স্থূলকোণ।

(iii) **সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ ঃ** যে ত্রিভুজের তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ তাহাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে। 52 নং চিত্রে ∠ABC-এর তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ।

কোণভেদে বিভিন্ন প্রকার চতুর্ভুজ যথা—আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ও রম্বসের পরিচয় পুর্বেই দেওয়া হইয়াছে। ঐগুলি পুনরায় এখানে আর আলোচিত হইল না।

—সারাংশ—

1. রেখার কোন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য নাই।

2. খণ্ডিত বা বিভাজিত সরলরেখার **প্রান্তবিন্দু** থাকে।

3. দুইটি প্রান্তবিন্দু দ্বারা সীমাবদ্ধ সরলরেখাই একটি রেখাংশ। রেখাংশকে $\overline{AB}$ এইভাবে উল্লেখ করিতে হয়।

4. একটি বা দুইটি রেখাংশ দ্বারা ক্ষেত্র প্রস্তুত করা যায় না। দুই-এর অধিক রেখাংশ দ্বারা ক্ষেত্র প্রস্তুত করা যায়।

5. তিনটি বাহু বা সরল রেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ ঋজুরেখ ক্ষেত্রকে 'ত্রিভুজ' বলে।

6. বাহুভেদে ত্রিভুজকে তিন ভাগে ভাগ করা যায়। যথা—(i) **সমবাহু**, (ii) **বিষমবাহু** ও (iii) **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ**।

7. **সমবাহু ত্রিভুজ ঃ** যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান।

8. **বিষমবাহু ত্রিভুজ ঃ** যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান।

3. **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ঃ** যে ত্রিভুজের যে-কোন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

10. চারিটি সরল রেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ ঋজুরেখ ক্ষেত্রকে 'চতুর্ভুজ' বলে।

11. বাহুভেদে চতুর্ভুজকে (i) **সামন্তরিক**, (ii) **ট্রাপিজিয়ম** (iii) **রম্বস**, (iv) **আয়তক্ষেত্র** ও (v) **বর্গক্ষেত্রে** ভাগ করা যায়।

12. **সামন্তরিক ঃ** চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি যখন সমান্তরাল হয়।

13. **ট্রাপিজিয়ম ঃ** চতুর্ভুজের মাত্র দুইটি বাহু যখন সমান্তরাল হয়।

14. **রম্বস :** সামন্তরিকের সকল বাহু যখন সমান হয়।

15. **আয়তক্ষেত্র :** যে চতুর্ভুজের কোণগুলি সমকোণ এবং বিপরীত বাহুগুলি সমান।

16. **বর্গক্ষেত্র :** আয়তক্ষেত্রের সকল বাহু সমান থাকে।

17. **পঞ্চভুজ ও ষড়ভুজ :** পাঁচ রেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ ঋজুরেখ ক্ষেত্রকে পঞ্চভুজ এবং ছয় রেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ ঋজুরেখ ক্ষেত্রকে ষড়ভুজ বলে।

18. একটি মাত্র বক্ররেখাই একটি ক্ষেত্র আবৃত করিতে পারে।

19. **বৃত্ত :** বক্ররেখা দ্বারা সীমবদ্ধ কোন ক্ষেত্রের মধ্যস্থিত কোন নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে বক্ররেখার প্রতিটি বিন্দু সমদূরবর্তী হইলে ঐ ক্ষেত্রটিকে বৃত্ত বলে।

20. **কোণ :** একই মূল-বিন্দু হইতে দুইটি রশ্মিরেখা দ্বারা অঙ্কিত চিত্রটি 'কোণ'।

21. **শূন্যকোণ :** কোন সরলরেখা দ্বারা একটি বিন্দুতে মিলিত ও সমাপতিত (concident) হইলে উহাদের কৌণিক ব্যবধান শূন্য হয়।

22. **সরলকোণ :** দুই সমকোণের সমান পরিমাণ একটি কোণকে 'সরলকোণ' বলে।

23. **সমকোণ :** সরলকোণের অর্ধেক পরিমাণ ঘূর্ণন দ্বারা একটি 'সমকোণ' সৃষ্টি হয়।

24. **সূক্ষ্মকোণ :** এক সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্র কোণকে 'সূক্ষ্মকোণ' বলে।

25. **স্থূলকোণ :** এক সমকোণ অপেক্ষা বৃহৎ এবং দুই সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্র কোণকে 'স্থূলকোণ' বলে।

26. **প্রবৃদ্ধকোণ :** যে কোণ দুই সমকোণ অপেক্ষা বড়, কিন্তু চারি সমকোণ অপেক্ষা ছোট।

27. **সন্নিহিত কোণ :** দুইটি কোণের একটিমাত্র শীর্ষ থাকিলে যে সাধারণ বাহু থাকিবে সেই সাধারণ বাহুর উভয় পার্শ্বের কোণকে 'সন্নিহিত' কোণ বলে।

28. **বিপ্রতীপ কোণ :** দুইটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করিলে যে চারিটি কোণ উৎপন্ন হয়, তাহাদের পরস্পর বিপরীত কোণদ্বয়কে 'বিপ্রতীপ' কোণ বলে।

29. কোন কোণের যে-কোন একটি বাহুকে বর্ধিত করিলে—যে দুইটি 'সন্নিহিত' কোণ উৎপন্ন হয় উহাদের একটিকে **'অন্তঃকোণ'** ও অপরটিকে **'বহিঃকোণ'** বলে।

30. **সমকোণী ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ।

31. **স্থূলকোণী ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ।

32. **সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ।

অনুশীলনী

1. 'রেখাংশ' ও রশ্মি-রেখা' কাহাকে বলে? সরলরেখার সহিত উহাদের সম্পর্ক কি? সরলরেখার কি কোন 'প্রান্তবিন্দু' থাকে?

2. 'ত্রিভুজ' কিরূপে উৎপন্ন হয়? বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজ কয় প্রকার ও কি কি? প্রত্যেক প্রকার ত্রিভুজের (চিত্রসহ) পরিচয় দাও।

3. চতুর্ভুজ কাহাকে বলে? বাহুভেদে চতুর্ভুজ কয় প্রকার এবং কি—কি? প্রত্যেক প্রকার চতুর্ভুজের (চিত্রসহ) সংজ্ঞা লিখ। ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের পার্থক্য দেখাও।

4. বৃত্ত কাহাকে বলে ? একটি 'বৃত্ত' অঙ্কন করিয়া উহার কেন্দ্র, ব্যাস, জ্যা, চাপ ও পরিধি চিহ্নিত কর।

5. 'কোণ' কিরূপে উৎপন্ন হয় ? একটি ত্রিভুজের কয়টি কোণ থাকে ? বিভিন্ন প্রকার কোণের চিত্র অঙ্কন কর ও সংজ্ঞা লিখ।

6. পাঁচটি, ছয়টি, সাতটি সরলরেখা দ্বারা অঙ্কিত বিভিন্ন ক্ষেত্রের চিত্রসহ পরিচয় দাও। বক্ররেখা দ্বারা অঙ্কিত ক্ষেত্রটির নাম কি ?

7. কাগজ ভাঁজ করিয়া একটি সরলরেখা, একটি ত্রিভুজ ও একটি চতুর্ভুজ প্রস্তুত কর। পরে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের কোণগুলি চিহ্নিত কর।

8. একজন মাঝি তাহার নৌকাখানিকে উত্তর দিকে মুখ করিয়া রাখিয়াছে। সে যদি এখন ঐ নৌকাটিকে একটি সরলকোণে ঘুরায়, তাহা হইলে নৌকাটি কোন্‌দিকে চলিতে থাকিবে ?

9. ঘড়ির ছবি আঁকিয়া নিম্নলিখিত সময়ে উহার কাঁটা দুইটির অবস্থান নির্দেশ কর :—

(i) দুপুর 12টা ; (ii) অপরাহ্ণ 3টা ; (iii) সকাল 6টা ; (iv) অপরাহ্ণ 2টা ; (v) ভোর 4টা ও (vi) রাত্রি 10টা।

ঘড়ির কাঁটা দুইটি কোন্ কোন্ সময়ে সরলরেখা উৎপন্ন করে ?

10. কাগজ ভাঁজ করিয়া নিম্নের চতুর্ভুজগুলি প্রস্তুত কর ও উহাদের তুলনামূলক পরিচয় দাও।

(i) সামন্তরিক, (ii) রম্বস, (iii) ট্রাপিজিয়ম, (iv) আয়তক্ষেত্র, (v) বর্গক্ষেত্র।

11. নিম্নের প্রশ্নগুলির সঠিক উত্তর দাও।

(A) সরলরেখার 'প্রান্তবিন্দু' থাকে ? B) রশ্মি-রেখার 'মূল-বিন্দু' থাকে না। (C) সমবাহু ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। (D) চারিটি রেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভুজ বলে। (E) বর্গক্ষেত্রের সকল বাহু সমান নয়। (F) দুইটি সরলরেখা একটি বিন্দুতে মিলিত হইলে 'কোণ' উৎপন্ন হয়।

12. নিম্নের শূন্য-স্থানগুলি পূরণ কর :—

(i) তিনটি রেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে — বলে। (ii) যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান তাহাকে — বলে। (iii) — সকল বাহু সমান হইলে 'রম্বস' বলে। (iv) বৃত্তের কেন্দ্র হইতে — দূরত্বকে — বলে। (v) এক সরলকোণ — সমকোণের সমান। (vi) দুই সমকোণ অপেক্ষা বড় ও চারি সমকোণ অপেক্ষা ছোট তাহাকে — বলে।

13. নিম্নের ভুল উত্তরটি কাটিয়া দাও।

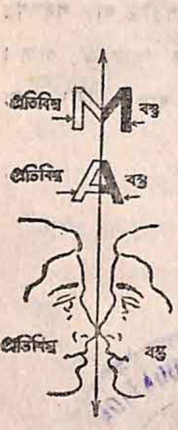
(A) দুইটি 'রেখাংশ' দ্বারা ক্ষেত্র প্রস্তুত করা যায়। (B) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান। (C) 'সামন্তরিক'-এর বিপরীত বাহু পরস্পর অসমান। (D) পাঁচটি রেখাংশ দ্বারা সীমাবদ্ধ স্থানকে 'ষড়ভুজ' বলে। (E) একটিমাত্র বক্ররেখার সাহায্যে ক্ষেত্র অঙ্কন করা যায়। (F) এক সমকোণ অপেক্ষা বৃহৎ কোণকে 'সূক্ষ্মকোণ' বলে।

চতুর্থ অধ্যায়

প্রতিফলন ও প্রতিসাম্য

1. কাগজ ভাঁজের সাহায্যে প্রতিফলন সম্বন্ধে ধারণা।

আমরা যখন আয়নার সামনে বা মসৃণ পালিশ করা তলের সম্মুখে দাঁড়াই তখন আমাদের চেহারার একটি প্রতিমূর্তি আয়নায় বা ঐ মসৃণ তলের ভিতর দেখিতে পাই। এই প্রতি-মূর্তিকে **প্রতিবিম্ব** (Image) বলে। দেহ বা বস্তু হইতে আলোক-রশ্মি নির্গত হইয়া আয়না বা মসৃণ তলের গাত্রে বাধা প্রাপ্ত হইয়া যখন আমাদের চোখে আসিয়া পৌঁছায় তখন আমরা আমাদের প্রতিমূর্তি ঐ আয়না বা মসৃণ তলের গাত্রের ভিতর দেখিতে পাই। এইক্ষেত্রে যে পদ্ধতিতে আলোক-রশ্মি ঐ আয়না বা মসৃণ তলের গাত্র হইতে আসিল, তাহাই **প্রতিফলন** (Reflection)।



চিত্র নং--53

লক্ষ্য করিলে আরও দেখা যায়—যে, দেহ বা বস্তুর দূরত্ব ঐ আয়না বা মসৃণ তল হইতে হ্রাস বা বৃদ্ধি পাইলে উহার প্রতিবিম্বের দূরত্বও হ্রাস বা বৃদ্ধি পায়।

উপরে আয়নায় বস্তু ও মুখমণ্ডলের চিত্রটি লক্ষ্য কর। এখন তুমি আয়না হইতে মুখমণ্ডলটিকে যত দূরে সরাইয়া লইবে বা তুমি নিজে সরিয়া যাইবে—মুখমণ্ডল ও তোমার দূরত্ব আয়নার ভিতর ঠিক তত দূরেই সরিয়া যাইবে।

2. জ্যামিতিক প্রতিফলন ঃ

আমরা এই অধ্যায়ে যে প্রতিফলন সম্বন্ধে আলোচনা করিব—তাহা পূর্বের আলোচিত প্রতিফলন হইতে কিছুটা ভিন্ন। কাগজ ভাঁজ করিয়া কিরূপে 'জ্যামিতিক প্রতিফলন' সৃষ্টি করা যায়—আমরা তাহাই এখানে আলোচনা করিব।

একখণ্ড কাগজ লইয়া উহাকে মাঝ বরাবর ভাঁজ কর। কাগজটি একটি রেখায় ভাঁজ হইবে। মনে কর—উহা AB রেখায় ভাঁজ হইল। (চিত্র নং—54)। AB রেখাকে 'প্রতিফলন' রেখা বলে। প্রতিফলন রেখা কাগজটিকে দুই অংশে বিভক্ত করিয়াছে।

নিম্নে জ্যামিতিক প্রতিফলনের কয়েকটি ধর্ম আলোচিত হইল।

(1) প্রতিটি বিন্দুরই একটি (এবং কেবলমাত্র একটি) প্রতিবিম্ব থাকিবে।

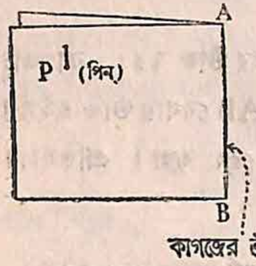
একখণ্ড কাগজ লও এবং উহাকে AB রেখায় ভাঁজ কর। একটি আল্‌পিন দিয়া ভাঁজ করা কাগজটির উপর যে-কোন স্থানে একটু চাপ দিয়া একটি ছিদ্র (বিন্দুর ন্যায়) কর। কাগজটি খুলিলে ভাঁজ AB-এর দুই পার্শ্বে P ও P′ দুইটি ছিদ্র দেখিতে পাইবে (চিত্র নং—55]। P′ বিন্দুটিকে প্রথম বিন্দুর P-র প্রতিবিম্ব বলে। P বিন্দুকে বস্তু বলা হয়।

পরীক্ষা করিয়া দেখ, AB প্রতিফলন রেখায় ভাঁজ করিলে P বিন্দুর P′ ভিন্ন অন্য কোন প্রতিবিম্ব পাওয়া যায় না।

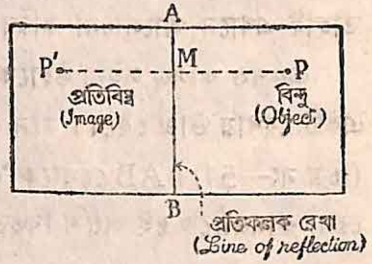
[দ্রষ্টব্য ঃ প্রতিফলন রেখার পরিবর্তন ঘটিলে প্রতিবিম্বের অবস্থানেরও পরিবর্তন ঘটিবে।]

(2) বস্তু-দূরত্ব প্রতিবিম্ব দূরত্বের সমান।

মনে কর, AB প্রতিফলন রেখার সাপেক্ষে P-বিন্দুর প্রতিবিম্ব P´। এখন স্কেলের সাহায্যে P ও P´ বিন্দু দুইটি সরলরেখায় যুক্ত



চিত্র নং—54



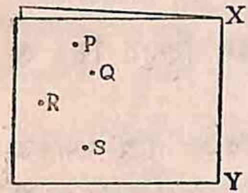
চিত্র নং—55

কর। PP´ সরলরেখা, প্রতিফলন রেখা AB-কে একটি বিন্দু অর্থাৎ M বিন্দুতে ছেদ করিল। এখন PM দৈর্ঘ্যকে বস্তু দূরত্ব এবং P´M দৈর্ঘ্যকে প্রতিবিম্ব দূরত্ব বলে। এখন স্কেলের সাহায্যে মাপিলে দেখা যায়—PM = P´M ; অর্থাৎ বস্তু-দূরত্ব = প্রতিবিম্ব দূরত্ব।

(3) P বিন্দুর প্রতিবিম্ব P´ হইলে P´ বিন্দুর প্রতিবিম্ব P হইবে।

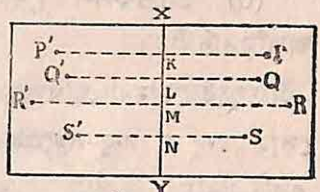
মনে কর, AB প্রতিফলন রেখার সাপেক্ষে P বিন্দুর প্রতিবিম্ব P´। এখন AB প্রতিফলন রেখা বরাবর কাগজটিকে ভাঁজ করিয়া P´ বিন্দুতে একটি আল্‌পিন দিয়া জোরে চাপ দাও। এইবার কাগজের ভাঁজ খুলিয়া দেখ, পিনের দাগ ঠিক P বিন্দুর উপর পড়িয়াছে। তাহা হইলে P´ বিন্দুর প্রতিবিম্ব P হইল। [চিত্র নং—55]

(4) প্রতিফলন রেখার একপার্শ্বে অবস্থিত বিন্দু-সমূহের প্রতিবিম্ব-সমূহ ঐ রেখার অপর পার্শ্বে গঠিত হইবে।



ভাঁজকরা কাগজের উপর P, Q, R ও S যেকোন 4 টি বিন্দু

চিত্র নং—56



ভাঁজটি খোলার পর

চিত্র নং—57

56 নং—চিত্র অনুযায়ী একখণ্ড কাগজ লইয়া XY রেখা বরাবর ভাঁজ কর। প্রতিফলন XY রেখার একপার্শ্বে PQRS কতকগুলি ইচ্ছামত বিন্দু লও। আল্‌পিন দ্বারা ঐ বিন্দুগুলিকে ছিদ্র কর। এইবার কাগজের ভাঁজটি খুলিলে (চিত্র নং—57) দেখিবে—প্রতিফলন রেখার অপর পার্শ্বে ঐ বিন্দুগুলির প্রত্যেকটির একটি করিয়া প্রতিবিম্ব P′Q′R′S′ সৃষ্টি হইয়াছে। তাহা হইলে PQRS বিন্দুর প্রতিবিম্ব P′Q′R′S′ হইবে।

(5) কোন বিন্দু ও উহার প্রতিবিম্ব সংযোগক রেখাটি স্থির (fixed), কিন্তু উহার সকল বিন্দু স্থির নহে।

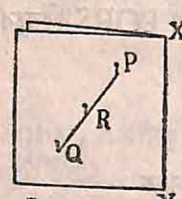
XY প্রতিফলন রেখার দক্ষিণ-পার্শ্বে অবস্থিত P বিন্দুর প্রতিবিম্ব P′ বিন্দু রেখার বাম পার্শ্বে অবস্থিত। আমরা জানি—বস্তুর দূরত্ব PK = প্রতিবিম্বের দূরত্ব P′K. PP′-এর উপর একটি বিন্দু Q লইলে উহার প্রতিবিম্ব PP′ রেখার উপর একটিমাত্র বিন্দু Q′ হইবে যাহাতে LQ = LQ′ হয়। সুতরাং PP′ রেখাটি স্থির। [চিত্র নং—57]

কিন্তু লক্ষ্য করিয়া দেখ—উহার উপর সকল বিন্দু স্থির নহে। যেহেতু, প্রতিফলন রেখা হইতে নিকটে বা দূরে বিন্দু লইলে উহাদের প্রতিবিম্বগুলিও অনুরূপভাবে অক্ষের নিকটবর্তী বা দূরবর্তী হইবে।

(6) প্রতিফলন রেখার উপর সকল বিন্দুই স্থির ও অপরিবর্তনীয়।

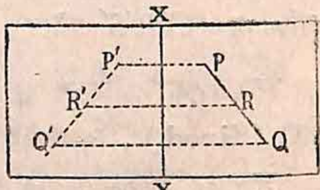
ইতিপূর্বে তোমরা দেখিয়াছ— প্রতিফলন রেখার একপার্শ্বে অবস্থিত কোন বিন্দু বা বিন্দু-সমূহের প্রতিবিম্ব প্রতিফলন রেখার অপর পার্শ্বে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে গঠিত হয় এবং প্রতিফলন রেখা হইতে উহারা সমদূরবর্তী থাকে। বিন্দু-সমূহের দূরত্বের হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটিলে প্রতিবিম্বের দূরত্বেরও হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে। কিন্তু প্রতিফলন রেখার উপর যে-কোন বিন্দুর জন্য এই নিয়ম প্রযোজ্য নহে। যেহেতু, এইরূপ ক্ষেত্রে বিন্দু ও উহার প্রতিবিম্ব একই অবস্থানে থাকিবে। সুতরাং প্রতিফলন রেখার উপর সকল বিন্দুই স্থির। (চিত্র নং—57)

(7) একটি সরলরেখার প্রতিবিম্ব একটি সরলরেখা হইবে।



ভাঁজ করিয়া P, Q ও R 3 টি বিন্দু লওয়া হইয়াছে।

চিত্র নং—58



ভাঁজটি খোলার পর

চিত্র নং—59

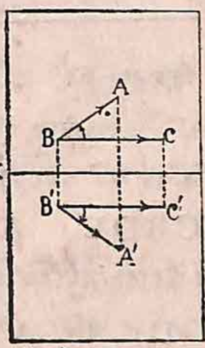
একখণ্ড কাগজকে XY রেখায় ভাঁজ করা হইল। এখন, উহার উপর তলে PQ একটি সরলরেখা টানা হইল। PR ও Q বিন্দুতে

ঐ সরলরেখার উপর আলপিন দ্বারা ছিদ্র করা হইল, যাহাতে বিপরীত তলটিতে ছিদ্র হয়। এখন কাগজের ভাঁজটি খুলিলে PQR বিন্দু তিনটির প্রতিবিম্ব P′Q′R′ হইবে। P′Q′R′ এখন যুক্ত কর। এক্ষণে উহা একটি সরলরেখা হইবে—যাহা PQR সরলরেখার প্রতিবিম্ব। [চিত্র নং—58, 59]

(8) কোন রেখাংশের (Line segment) প্রতিবিম্ব ঐ রেখাংশের সহিত সর্বতোভাবে সমান হইবে।

মনে কর, XY প্রতিফলন দ্বারা PR ও RQ রেখাংশের প্রতিবিম্ব P′R′ ও R′Q′ হইয়াছে। লক্ষ্য করিয়া দেখ—PR, P′R′ এবং PQ, R′Q′-এর অনুরূপ। আকৃতি ও অবস্থানগত উহাদের কোন পার্থক্য নাই। স্কেল দ্বারা মাপিয়া দেখ, PR, RQ এবং P′R′, R′Q′-এর দৈর্ঘ্যও সমান। [চিত্র নং 59]

(9) একটি কোণের প্রতিবিম্ব ঐ কোণটির অনুরূপ; কিন্তু নব অবস্থান বিপরীতমুখী হইবে।



ভাঁজটি খোলার পর ABC কোণের প্রতিবিম্ব A′B′C′ লক্ষ কর।

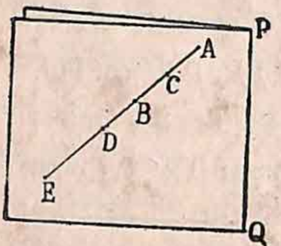
চিত্র নং—60

একখণ্ড কাগজের উপর XY বরাবর প্রতিফলন রেখার একপার্শ্বে ABC একটি কোণ অঙ্কন করা হইল। এখন AB BC রেখার উপর কালি লাগাইয়া তাড়াতাড়ি XY রেখা বরাবর ভাঁজ করিয়া একটু চাপ দিলেই দেখিবে—উহা বিপরীত তলে একটি কোণের প্রতিবিম্ব সৃষ্টি হইয়াছে। মনে কর—উহা ∠A′B′C′। তাহা হইলে ∠A′B′C′, ∠ABC-এর (চিত্র নং—60) প্রতিবিম্ব হইল। লক্ষ্য করিয়া দেখ, উহাদের আকৃতিগত কোন

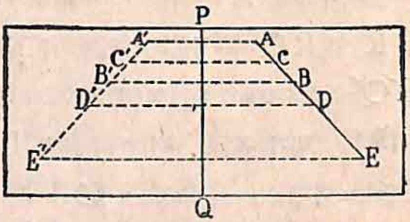
পার্থক্য নাই। কিন্তু প্রতিবিম্বের নব অবস্থান পূর্বের বিপরীত-মুখী হইয়াছে। চাঁদার সাহায্যে মাপিয়া দেখ, ∠ABC এবং ∠A′B′C′-এর মান সমান।

(10) **সমরেখ সকল বিন্দুর প্রতিবিম্ব সমরেখ হইবে।**

মনে কর, PQ প্রতিফলন রেখার একপার্শ্বে ACBDE কয়েকটি 'সমরেখ' বিন্দু। এখন ACBDE বিন্দুগুলির উপর কালি লাগাইয়া কাগজটিকে FQ প্রতিফলন রেখা বরাবর ভাঁজ করিয়া একটু চাপ



চিত্র নং—61



চিত্র নং—62

দাও। এখন ভাঁজ খুলিয়া দেখ, PQ-র অপর পার্শ্বে বিন্দুগুলির প্রতিবিম্ব সৃষ্টি হইয়াছে। মনে কর—উহাদের প্রতিবিম্বগুলি যথাক্রমে A′C′B′D′E′। A′C′B′D′E′-এর উপর স্কেল' স্থাপন করিয়া দেখ উহারা 'সমরেখ' হইয়াছে। [চিত্র নং—61, 62]

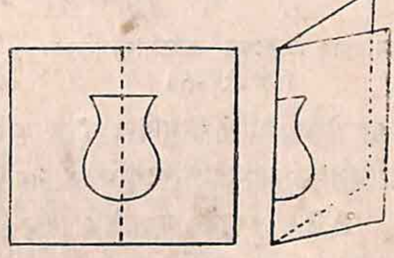
(11) **যদি A এবং B বিন্দুর মধ্যবর্তী C-বিন্দু অবস্থিত থাকে, তাহা হইলে C-বিন্দুর প্রতিবিম্ব C′, A এবং B-বিন্দুর প্রতিবিম্ব A′ এবং B′-এর মধ্যবর্তী হইবে।**

মনে কর, PQ প্রতিফলন রেখার সাপেক্ষে A ও B বিন্দুর প্রতিবিম্ব যথাক্রমে A′B′। এখন A ও B বিন্দুর মধ্যবর্তী যে-কোন একটি বিন্দু C লইয়া কালি দ্বারা চিহ্নিত করিয়া PQ রেখা বরাবর

ভাঁজ করিয়া একটু চাপ দাও। এইবার ভাঁজ খুলিয়া দেখ, C-বিন্দুর প্রতিবিম্ব C´ গঠিত হইয়াছে। লক্ষ্য কর—C-র অবস্থান A ও B-এর মধ্যবর্তী হইয়াছে। C ভিন্ন A এবং E বিন্দুর মধ্যবর্তী অন্য বিন্দু লইয়াও দেখিতে পার। দেখিবে—প্রতিবিম্ব A´ এবং E´-এর মধ্যবর্তী হইয়াছে (চিত্র নং—61, 62)।

3. কতিপয় জ্যামিতিক চিত্রের প্রতিসাম্য সম্পর্কে ধারণা।

আয়নায় আমরা যখন আমাদের প্রতিবিম্ব দেখি তখন আমাদের বাম পার্শ্বের অঙ্গগুলিকে ডান পার্শ্বের অঙ্গরূপে দেখায়। মনে হয়—যেন নাক বরাবর কোন কল্পিত রেখার একপার্শ্বস্থ অঙ্গ-প্রতঙ্গগুলি অপর পার্শ্বস্থ অঙ্গ প্রতঙ্গগুলির ন্যায়। পার্শ্বের চিত্রটি লক্ষ্য কর। একটি রেখার দ্বারা যেন চিত্রটিকে সমান দুই অংশে বিভক্ত করা হইয়াছে। বস্তুর এই ধর্মকে **প্রতিসাম্য** (Symmetry) বলে এবং যে রেখা বরাবর দুইটি সমান অংশে ভাগ করা যায়—তাহাকে **প্রতিসাম্য অক্ষ** (Axis of symmetry) বলে। লক্ষ্য করিবে—প্রতিসাম্য অক্ষ বরাবর ভাঁজ করিলে যে কোন চিত্রেরই দুইটি অংশ সম্পূর্ণভাবে মিলিয়া যায়।



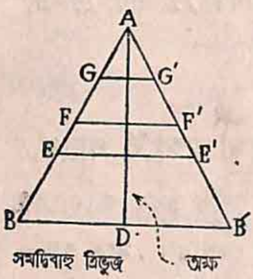
চিত্র নং—63 জ্যামিতিক প্রতিসাম্য চিত্র

বিভিন্ন জ্যামিতিক চিত্রের মধ্যেও এইরূপ ধর্ম দেখিতে পাওয়া যায়। এইরূপ চিত্রকে প্রতিসাম্য চিত্র (Symmetrical figure) বলে। ইহাদের কয়েকটি আলোচিত হইল।

(1) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের প্রতিসাম্য ঃ

চিত্রে ABB´ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। ইহার AB ও AB´ বাহু সমান। ইহা একটি প্রতিসাম্য চিত্র।

কাগজে ABB´ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করিয়া BB´ ভূমির মধ্যবিন্দু D বাহির কর। এখন AD-কে প্রতিসাম্য রেখা ধরিয়া AD বরাবর কাগজটি ভাঁজ কর। লক্ষ্য কর—B´ বিন্দু B বিন্দুর উপর এবং AB´ রেখা AB রেখার উপর পড়িয়াছে। তাহা হইলে B´D ও BD-র উপর পড়িবে। (AB´ ও B´D -এর উপর কালি লাগাইয়া ভাঁজ করিয়া দেখিবে)। সুতরাং AD প্রতিসাম্য রেখার পরিপেক্ষিতে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটি প্রতিসাম্য চিত্র।

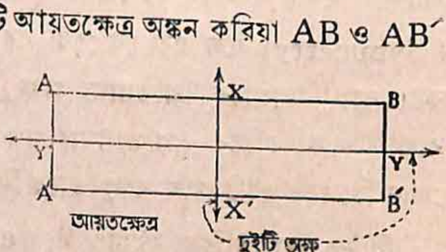


সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের প্রতিসাম্য চিত্র
চিত্র নং—64

AB রেখার মধ্যস্থিত বিন্দুগুলিও একইরূপে AB´ রেখার মধ্যস্থিত বিন্দুর উপর পড়িবে।

(2) আয়তক্ষেত্রের প্রতিসাম্য ঃ

কাগজে ABA´B´ একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করিয়া AB ও AB´ বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে XX´ নির্ণয় কর। এখন XX´-কে প্রতিসাম্য রেখা ধরিয়া কাগজটিকে ভাঁজ কর। লক্ষ্য কর—B বিন্দু A বিন্দুর উপর এবং B´ বিন্দু A´ বিন্দুর উপর পড়িয়াছে।

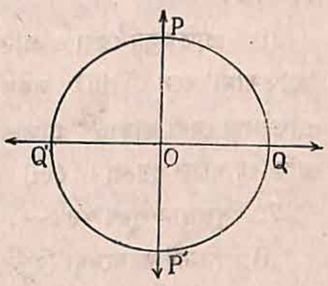


চিত্র নং—65 আয়তক্ষেত্রের প্রতিসাম্য চিত্র

তাহা হইলে BB´ বাহু AA´ বাহুর উপর পড়িবে। সুতরাং XX´ প্রতিসাম্য রেখার সাপেক্ষে AB A´B´ আয়তক্ষেত্র একটি প্রতিসাম্য চিত্র। XX´ রেখার সাপেক্ষে AA´ ও BB´ পরস্পর পরস্পরের প্রতিবিম্ব।

(3) **বৃত্তের প্রতিসাম্য ঃ**

বৃত্তও একটি প্রতিসাম্য জ্যামিতিক চিত্র। 66 নং চিত্রটি একটি বৃত্তের। একখানি কাগজে কম্পাসের সাহায্যে এইরূপ একটি বৃত্ত অঙ্কন করিয়া যে-কোন ব্যাস বরাবর বৃত্তটিকে ভাঁজ করিয়া দেখ—বৃত্তের উভয় অংশ পরস্পরের সহিত সম্পূর্ণরূপে মিলিয়া গিয়াছে। সুতরাং ব্যাসের সাপেক্ষে বৃত্ত একটি প্রতিসাম্য চিত্র। যেহেতু, কোন বৃত্তের একাধিক ব্যাস অঙ্কন করা যায়, সুতরাং বৃত্তের অনেক প্রতিসাম্য রেখা থাকিতে পারে।



চিত্র নং—66 বৃত্তের প্রতিসাম্য চিত্র

উপরের বর্ণিত প্রতিসাম্যগুলি ছাড়াও আরও বহু প্রকারের জ্যামিতিক প্রতিসাম্য চিত্র আছে এবং তা অঙ্কন করা যায়।

অনুশীলনী

1. বস্তুর 'প্রতিবিম্ব' বলিতে কি বোঝ ? জ্যামিতিক 'প্রতিফলন' কাহাকে বলে ? 'প্রতিফলন' রেখা কি ?—চিত্রসহ বুঝাইয়া দাও।

2. একটি কোণের প্রতিবিম্ব ঐ কোণটির অনুরূপ। কিন্তু নব-অবস্থান বিপরীতমুখী হইবে—প্রমাণ কর।

3. 'প্রতিসাম্য' চিত্র কাহাকে বলে ? একটি চিত্র দেখিয়া কিরূপে বুঝিবে—উহা প্রতিসাম্য চিত্র ?

4. সচরাচর দেখিতে পাওয়া যায়—এইরূপ কয়েকটি প্রতিসাম্য বস্তুর নাম বল। এইরূপ দুইটি বা তিনটির চিত্র অঙ্কন করিয়া উহাদের 'প্রতিসাম্য' অক্ষ দেখাও।

5. বর্গক্ষেত্র, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, অর্ধবৃত্ত ও রম্বস অঙ্কন করিয়া প্রমাণ কর—উহারা প্রতিসাম্য চিত্র। বৃত্তের 'প্রতিসাম্য' অক্ষ কতগুলি ?

6. নিম্নলিখিত বাক্যগুলি সঠিক হইলে (√)-চিহ্ন এবং ভুল হইলে (×) চিহ্ন দাও।

(i) প্রতিফলন রেখা ও প্রতিসাম্য রেখা একই। (ii) বস্তুর প্রতিবিম্বকে 'প্রতিসাম্য' বলে। (iii) সকল জ্যামিতিক চিত্রই প্রতিসাম্য চিত্র। (iv) প্রতিফলন রেখা ছাড়াও 'প্রতিবিম্ব' সৃষ্টি হইতে পারে। (v) সকল বস্তুর প্রতিবিম্ব গঠিত হয় না। (vi) প্রতিফলন রেখার সকল বিন্দু স্থির নয়।

7. শূন্যস্থান-পূরণ কর :—

(i) তিনটি সরলরেখা বিন্দুর প্রতিবিম্ব—বিন্দু হইবে। (ii) —সর্বদাই প্রতিবিম্ব দূরত্বের সমান। (iii) একটি—কোণের—একটি কোণ হইবে। (iv) একটি বিন্দুর প্রতিবিম্ব—কত হয় ? (v) 'সমরেখ' বিন্দুগুলির প্রতিবিম্ব —হইবে। (vi) আয়তক্ষেত্রের প্রতিসাম্য রেখা—।

পঞ্চম অধ্যায়

জ্যামিতিক যন্ত্রের ব্যবহার

জ্যামিতি বিষয়ক বিভিন্ন বস্তুর চিত্রাঙ্কনের জন্য যন্ত্র-বাক্স অবশ্যই প্রয়োজন। তোমরা নিশ্চয়ই জ্যামিতি-বাক্স দেখিয়াছ। জ্যামিতি বাক্সে সাধারণতঃ নিম্নলিখিত যন্ত্রগুলি থাকে। যথা—

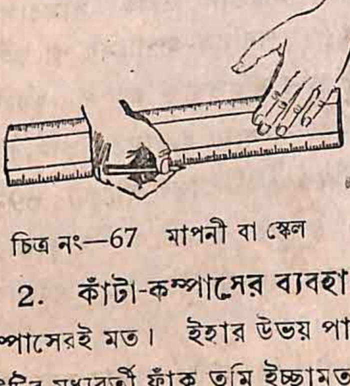
(1) একটি সরল স্কেল বা মাপনী, (2) একটি কাঁটা-কম্পাস, (3) একটি পেন্সিল-কম্পাস, (4) দুইটি সেট্-স্কোয়ার বা ত্রিকোণী এবং (5) একটি চাঁদা বা কোণমান যন্ত্র।

ইহা ব্যতীত জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কনের জন্য তোমরা দুইটি পেন্‌সিল, একটি রবার ও একটি ধারাল ব্লেড রাখিবে।

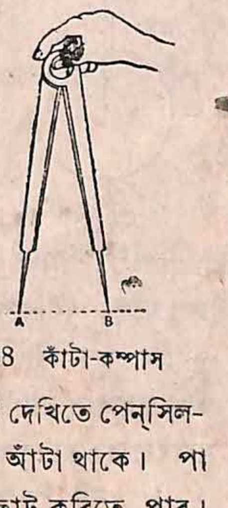
1. মাপনি বা স্কেলের ব্যবহার ঃ

জ্যামিতি-বাক্সে সরলরেখা অঙ্কন ও উহা মাপিবার জন্য যাহা ব্যবহৃত হয়, তাহাকে সরল মাপনী বা 'স্কেল' বলে। ইহার একধারে ইঞ্চির দাগ (6-ইঞ্চি পর্যন্ত) এবং অপরদিকে সেন্টিমিটারের দাগ থাকে। প্রতি ইঞ্চি বা সেন্টিমিটারকে আবার সমান দশভাগে ভাগ করা থাকে।

কাগজের উপর সরলরেখা টানিতে হইলে স্কেলটিকে কাগজের উপর দৃঢ়ভাবে বাম-হস্তে চাপিয়া ধরিয়া দক্ষিণ-হস্তে (চিত্রের ন্যায়) স্কেলের গা ঘেঁষিয়া পেন্সিলটি টানিতে থাক। এইরূপে অতি সূক্ষ্ম একটি সরলরেখা পাইবে।



চিত্র নং—67 মাপনী বা স্কেল



চিত্র নং—68 কাঁটা-কম্পাস

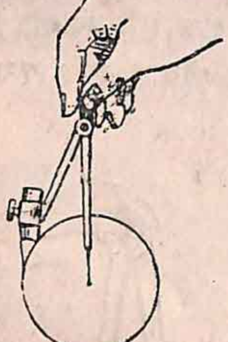
2. কাঁটা-কম্পাসের ব্যবহার ঃ এই যন্ত্রটি দেখিতে পেন্‌সিল-কম্পাসেরই মত। ইহার উভয় পায়ে ধাতুর পিন আঁটা থাকে। পা দুইটির মধ্যবর্তী ফাঁক তুমি ইচ্ছামত বড় কিংবা ছোট করিতে পার।

কোন সরলরেখা কিংবা তাহার অংশ পরিমাপ করিতে হইলে

কাঁটা-কম্পাসের একটি পা-কে ঐ সরলরেখার একটি প্রান্ত-বিন্দুতে স্থাপন কর। এখন অপর পা-টিকে প্রয়োজনমত গুটাইয়া বা ফাঁক করিয়া অপর প্রান্তে স্থাপন কর। এখন কাঁটা-কম্পাসটি তুলিয়া আনিয়া উহার একটি পা-কে স্কেলের শূন্য দাগে স্থাপন কর। দেখ, অপর পা স্কেলের অন্য কোন্ দাগের উপর পড়িল। এখন গণিয়া দৈর্ঘ্য স্থির কর।

নির্দিষ্ট দৈর্ঘের সরলরেখা টানিতেও কাঁটা-কম্পাসের ব্যবহার হয়।

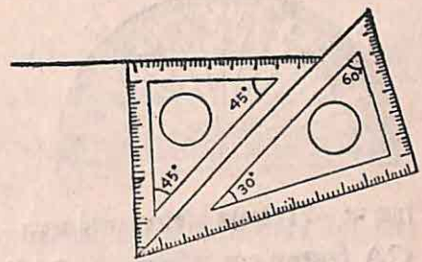
3. **পেনসিল-কম্পাসের ব্যবহার ঃ** এই বস্তুটির দুইটি পা আছে। একটি পায়ের নীচে সূচালো পিন আঁটা থাকে এবং অপর পায়েতে পেন্‌সিল রাখার জন্য একটি ছোট নলাকৃতি বস্তু থাকে। বস্তুটির সহিত একটি স্ক্রু আটকানো থাকে। একটি পেন্‌সিলকে ঐ নলের ভিতর রাখিয়া স্ক্রু-টি শক্ত করিয়া আঁটিয়া দিতে হয়। এবং লক্ষ্য রাখিতে হয়, যাহাতে পেন্‌সিলের অগ্রভাগ ও অপর পায়ের পিনের অগ্রভাগ একই সামতলিক থাকে। পেন্‌সিল-কম্পাসের পা দুইটি একটি স্ক্রু-র সহিত যুক্ত এবং পা দুইটির কৌণিক ব্যবধান ইচ্ছামত হ্রাস-বৃদ্ধি করা যায়। এই কম্পাসের মাথার দিকে একটি হাতল থাকে। 69নং —চিত্র অনুযায়ী ধাতব-পিনযুক্ত পায়ের পিনটিকে খাড়াভাবে কাগজের তলে রাখিয়া হাতলটিকে চাপ দিয়া ঘুরাইতে হয়। এইভাবে ঘুরাইয়া বৃত্ত বা চাপ অঙ্কন করা যায়।



পেন্‌সিল কম্পাস
চিত্র নং—69

4. **সেট্-স্কোয়ার বা ত্রিকোণী ঃ** ত্রিকোণীর আকার সমকোণী ত্রিভুজের মত। যন্ত্র-বাক্সে সাধারণতঃ দুইটি 'ত্রিকোণী' থাকে।

ত্রিকোণী ধাতু বা প্লাষ্টিক দিয়া তৈয়ারী। একটি ত্রিকোণীর একটি কোণ 90° সমকোণ এবং অপর দুইটি কোণ প্রত্যেকটি 45° করিয়া। এই প্রকার ত্রিকোণীর দুইটি ধারও পরস্পর সমান দৈর্ঘ্য-বিশিষ্ট। অন্য ত্রিকোণীর একটি কোণ সমকোণ এবং অপর কোণ দুইটির পরিমাণ 30° এবং 60°। এই ত্রিকোণীর তিনটি ধারই অসমান। কিন্তু সম-কোণ সংলগ্ন ধার দুইটির একটি অপরটির দ্বিগুণ। ত্রিকোণীদ্বয়ের গায়ে ইঞ্চি ও সেন্টিমিটারের দাগ কাটা থাকে। এইজন্য ইহাদিগকে স্কেলের ন্যায় ব্যবহার করা যায়।



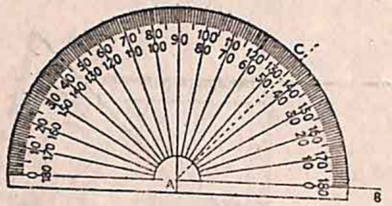
চিত্র নং—70 ত্রিকোণী

সেট্-স্কোয়ার বা ত্রিকোণীর সাহায্যে 30°, 45°, 60°, 90° কোণ অঙ্কন করা যায়। ইহাদের দ্বারা আবার সমান্তরাল রেখা, বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করা যায়।

5. **চাঁদা বা কোণমান-যন্ত্র ঃ** কোন কোণের পরিমাপ নির্ণয় বা নির্দিষ্ট পরিমাপের কোণ অঙ্কন করিবার যন্ত্রের নাম চাঁদা বা কোণমান যন্ত্র। 71 নং—চিত্রটি একটি চাঁদা বা কোণমান যন্ত্রের। ইহা দেখিতে অর্ধ-বৃত্তাকার। চাঁদার অর্ধ-বৃত্তটি প্রথমতঃ 18-টি বৃহত্তর ভাগে বিভক্ত এবং প্রত্যেকটি ভাগ পুনরায়-দশভাগে বিভক্ত করা আছে। অর্থাৎ চাঁদার অর্ধ-বৃত্তটি মোট 80-টি ক্ষুদ্র সমান অংশে বিভক্ত।

(A) **চাঁদার সাহায্যে কোণ অঙ্কন ঃ** মনে কর, AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার A বিন্দুতে একটি কোণ (ধর, 45°) অঙ্কন করিবে।

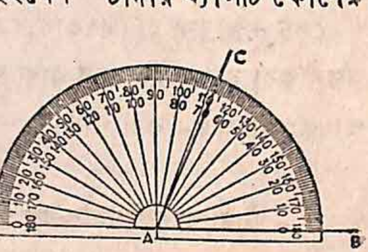
প্রথমে AB বরাবর চাঁদার ব্যাসটিকে স্থাপন করিয়া A বিন্দুটি A-র উপর আন। এখন ডানদিক হইতে পরিধির উপর 45° লিখিত দাগ বরাবর কাগজের উপর একটি বিন্দু C চিহ্নিত কর। এখন চাঁদাটি তুলিয়া আনিয়া স্কেলের সাহায্যে CA বিন্দুদ্বয় যুক্ত করিলে যে CAB কোণ উৎপন্ন হইল তাহা 45° হইবে।



চিত্র নং—71 চাঁদার সাহায্যে কোণ অঙ্কন

এই পদ্ধতিতে যে-কোন কোণই অঙ্কন করিতে পারিবে।

(B) **চাঁদার সাহায্যে কোণের পরিমাপ নির্ণয়ঃ** মনে কর, CAB কোণটির পরিমাপ নির্ণয় করিতে হইবে। চাঁদার ব্যাসটি কোণের একটি বাহুর উপর এমনভাবে স্থাপন কর(72 নং চিত্র অনুযায়ী) যাহাতে চাঁদার কেন্দ্র A বিন্দুর সহিত মিলিয়া যায়। এই অবস্থায় কোণের অপর বাহুটি (AC) চাঁদার পরিধিকে যে বিন্দুতে ছেদ করিবে—সেই বিন্দুতে চাঁদার উপর লিখিত কোণ নির্দেশক সংখ্যা হইতে কোণের পরিমাপ পাওয়া যাইবে। (প্রয়োজনবোধে কোণের বাহুগুলি বর্ধিত করা যাইতে পারে।) 72 নং চিত্রে দেখা যাইতেছে—যে, AC বাহুটি 68° চিহ্নের উপর পড়িয়াছে। অতএব, CAB কোণের পরিমাণ হইল 68°।



চাঁদার সাহায্যে কোণ পরিমাপ
চিত্র নং—72

অনুশীলনী

1. 'জ্যামিতি-বাক্স' কি? জ্যামিতি-বাক্সে যে যন্ত্রগুলি থাকে উহাদের নাম বল ও পরিচয় দাও।

2. একটি সমান্তরাল রেখা, একটি কোণ, একটি ত্রিভুজ ও একটি বৃত্ত অঙ্কন করিতে জ্যামিতি-বাক্সের কি-কি যন্ত্রের প্রয়োজন?

3. 6 সেমি. দৈর্ঘ্য মাপনী বা স্কেলের সাহায্যে 7·5 সেমি. দৈর্ঘ্যে কিরূপে অঙ্কন করিবে?—চিত্রসহ বুঝাইয়া দাও।

4. ত্রিকোণী ও চাঁদার মধ্যে পার্থক্য দেখাও। ত্রিকোণীর সাহায্যে কিরূপে সরলরেখা অঙ্কন করা যায়?—চিত্রসহ বুঝাইয়া দাও।

5. 'কোণমান-যন্ত্র' কাহাকে বলে। উহার দ্বারা বিভিন্ন প্রকার কোণ কিরূপে অঙ্কন করা যায় এবং মাপা যায়।—চিত্রসহ বুঝাও।

6. 8 সেমি. দৈর্ঘ্য একটি রেখা অঙ্কন করিয়া উহার সহিত নিম্নলিখিত কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে অঙ্কন কর :—28°, 50°, 108°, 128°, 160°।

7. 0·8 সেমি. দৈর্ঘ্য-বিশিষ্ট সরলরেখা অঙ্কন করিয়া উহার মধ্য বিন্দুটি বাহির কর এবং মাপিয়া প্রমাণ কর উহার উভয় অংশের দৈর্ঘ্য সমান।

8. নিম্নের বাক্যগুলির সঠিক উত্তরের পাশে (√)-চিহ্ন এবং ভুল উত্তরের পাশে (×)-চিহ্ন দাও।

(i) স্কেলের সাহায্যে ত্রিভুজ অঙ্কন করা যায়। (ii) কাঁটা-কম্পাসের এক প্রান্তে পেন্‌সিল রাখিবার ব্যবস্থা থাকে। (iii) জ্যামিতি-বাক্সে একটিমাত্র 'ত্রিকোণী' থাকে। (iv) কোণমান-যন্ত্রের সাহায্যে রেখা মাপা হয়।

9. শূন্যস্থান পূরণ কর :—

(i) —সাহায্যে সরলরেখা দ্বিখণ্ডিত করা যায়। (ii) পেন্‌সিল-কম্পাসের—দিক সূঁচালো। (iii) ত্রিকোণীর সাহায্যে—অঙ্কন করা যায়। (iv) —সাহয্যে কোণের পরিমাপ করা যায়। (v) বৃত্ত অঙ্কন করিতে—প্রয়োজন হয়। (iv) —কোণকে দ্বিখণ্ডিত করা যায়।

ষষ্ঠ অধ্যায়

বিভিন্ন প্রকার অঙ্কন প্রণালী

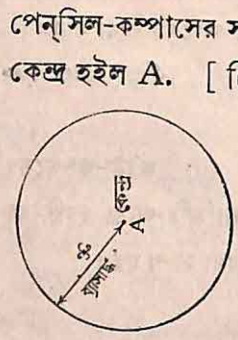
1. বৃত্ত অঙ্কন প্রণালী :

পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে কিভাবে বৃত্ত ও বৃত্তাংশ অঙ্কন করা যায়, তাহা তোমরা ইতিপূর্বে শিখিয়াছ। এখন একটি বৃত্ত অঙ্কন করিয়া ঐ বৃত্তের পরিধির উপর PQ দুইটি বিন্দু লও এবং PQ যুক্ত কর। PQ বৃত্তের 'জ্যা' হইল। এই 'জ্যা' বৃত্তটিকে দুইটি অংশে বিভক্ত করিয়াছে। ইহাদের **বৃত্তাংশ** বা **চাপ** বলে। 74 নং—চিত্রে PQ একটি চাপ।

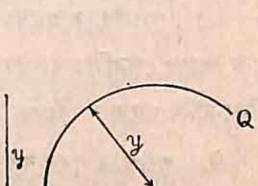
2 A. **একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্ত অঙ্কন :**

মনে কর, A যে-কোন একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং X যে-কোন একটি দৈর্ঘ্য।

অঙ্কন প্রণালী : A-কে কেন্দ্র করিয়া X সমান ব্যাসার্ধ লইয়া পেন্সিল-কম্পাসের সাহায্যে একটি বৃত্ত অঙ্কন কর। এখানে বৃত্তটির কেন্দ্র হইল A. [চিত্র নং—73]



চিত্র নং—73 বৃত্ত অঙ্কন



চিত্র নং—74 বৃত্তের চাপ অঙ্কন

B **একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন :**

মনে কর, B কোন নির্দিষ্ট বিন্দু এবং Y কোন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য।

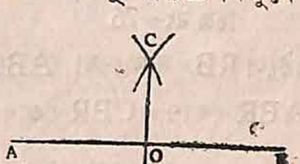
অঙ্কন প্রণালী ঃ এখন B-কেন্দ্র করিয়া Y দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধ লইয়া পেন্‌সিল-কম্পাসের সাহায্যে একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করা হইল। PQ নির্ণেয় চাপ হইল। (চিত্র নং—74)

যদি পেন্‌সিলটিকে একবার পূর্ণ আবর্তন করা যাইত তাহা হইলে নির্দিষ্ট কেন্দ্র ও প্রদত্ত ব্যাসার্ধ-বিশিষ্ট বৃত্ত অঙ্কিত হইত।

3. একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে (Line Segment) সমদ্বিখণ্ডন ঃ

মনে কর, AB একটি নির্দিষ্ট রেখাংশ। ইহাকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে হইবে।

অঙ্কন প্রণালী ঃ A-বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া AB-র সমান ব্যাসার্ধ লইয়া AB-র দুই পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর। পুনরায় B-বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া একই ব্যাসার্ধ লইয়া AB-র দুইপার্শ্বে আরও দুইটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর। মনে কর—এই বৃত্তচাপদ্বয় পূর্বের চাপদ্বয়কে যথাক্রমে C এবং D বিন্দুতে ছেদ করিল। এখন 'স্কেল' দ্বারা C ও D বিন্দুদ্বয় যুক্ত কর। CD যে বিন্দুতে AB-কে ছেদ করিল—মনে কর, উহা O ; তাহা হইলে O বিন্দুতে AB সমদ্বিখণ্ডিত হইল। স্কেলের সাহায্যে মাপিয়া দেখ AO ও BO-র দৈর্ঘ্য সমান হইয়াছে।



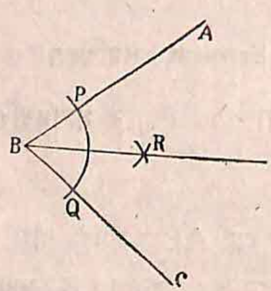
চিত্র নং—75

[**দ্রষ্টব্য ঃ** A ও B কে কেন্দ্র করিয়া AB-র অর্ধেকের বেশী যে-কোন ব্যাসার্ধ লইয়া বৃত্তচাপ অঙ্কন করা যাইবে। অর্ধেকের কম হইলে বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর ছেদ করিবে না।]

4. কোন নির্দিষ্ট কোণের সমদ্বিখণ্ডন ঃ

মনে কর, ABC কোন নির্দিষ্ট কোণ। ইহাকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে হইবে।

অঙ্কন প্রণালী ঃ B-কে কেন্দ্র করিয়া যে-কোন সুবিধামত ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর। উহা যেন উভয় বাহুকে (AB ও BC) P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। এখন P ও Q বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া PQ সমান ব্যাসার্ধ লইয়া দুইটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর। মনে কর—এই বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর R বিন্দুতে ছেদ করে। এখন RB যুক্ত কর। তাহা-হইলে RB সরলরেখা ABC কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করিবে অর্থাৎ ABR কোণ = CBR কোণ হইবে।



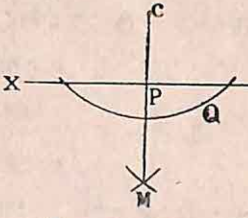
চিত্র নং—76

5. একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার বহিঃস্থ কোন নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে সরলরেখাটির উপর একটি লম্ব অঙ্কন ঃ

মনে কর, XY একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা এবং C একটি বহিঃস্থ বিন্দু। C-বিন্দু হইতে সরলরেখাটির উপর একটি লম্ব অঙ্কন করিতে হইবে।

অঙ্কন প্রণালী ঃ XY সরলরেখার যে পার্শ্বে C বিন্দু আছে তাহার বিপরীত পার্শ্বে যে-কোন একটি বিন্দু Q লও। এখন C-কে কেন্দ্র করিয়া CQ সমান ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর-যাহা XY-কে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A-কে কেন্দ্র করিয়া AB-র অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ লইয়া C বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বে একটি

বৃত্তচাপ অঙ্কন কর এবং B-কে কেন্দ্র করিয়া একই ব্যাসার্ধ লইয়া আর একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর—যাহা পূর্বের বৃত্তচাপকে M বিন্দুতে ছেদ করে। CM যুক্ত কর। CM সরলরেখা XY-কে মনে কর—P বিন্দুতে ছেদ করে। তাহা হইলে, CP সরলরেখা XY সরলরেখার উপর লম্ব হইবে।



চিত্র নং—77

6. **একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে ঐ সরলরেখাটির উপর লম্ব অঙ্কন ঃ**

অঙ্কন প্রণালী ঃ মনে কর, XY একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা এবং C উহার উপর নির্দিষ্ট বিন্দু। XY সরলরেখার C বিন্দুতে একটি লম্ব অঙ্কন করিতে হইবে।

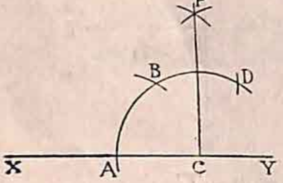
প্রথম প্রণালী ঃ C কে কেন্দ্র করিয়া যে-কোন সুবিধামত ব্যাসার্ধ লইয়া দুইটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর—যাহা XY কে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A ও B-কে কেন্দ্র করিয়া AB সমান ব্যাসার্ধ লইয়া দুইটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর। মনে কর—উহারা পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করিল। CP যুক্ত কর। তাহা হইলে CP, XY সরলরেখার উপর লম্ব হইবে।



চিত্র নং—78

দ্বিতীয় প্রণালী ঃ XY একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা এবং C উহার উপর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু।

অঙ্কন প্রণালী ঃ এখন C বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যে-কোন সুবিধা-মত ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর ; যাহা XY-কে A বিন্দুতে ছেদ করে। A-কে কেন্দ্র করিয়া একই ব্যাসার্ধ লইয়া ঐ বড় বৃত্তচাপ হইতে AB অংশ কাটিয়া লও এবং পরে ঐ একই ব্যাসার্ধ লইয়া B-কে কেন্দ্র করিয়া BD অংশ কাটিয়া লও। এখন B-কে কেন্দ্র করিয়া একই ব্যাসার্ধ লইয়া একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর ও D কে কেন্দ্র করিয়া একই ব্যাসার্ধ লইয়া আর একটি বৃত্তচাপ অঙ্কন কর। এই বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করিল। PC যুক্ত কর। তাহা হইলে C, XY সরলরেখার উপর লম্ব হইবে।



চিত্র নং—79

অনুশীলনী

1. 4 সে.মি. ব্যাসার্ধ-বিশিষ্ট একটি বৃত্ত অঙ্কন কর।

2. 5 সে.মি. দৈর্ঘ্য একটি রেখাংশ লও। তাহার দুই প্রান্ত-বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া 4 সে.মি. ব্যাস-বিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত অঙ্কন কর।

3. কাগজের উপর একটি বিন্দু O লও ; উহার বিভিন্ন দিকে 2 সে.মি., 3 সে.মি. ও 4 সে.মি. দূরে দূরে তিনটি বিন্দু চিহ্নিত কর। এইবার O বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া এমন দুইটি বস্তু অঙ্কন কর যেন বিন্দুগুলি একটি বৃত্তের বহিঃস্থ এবং অন্যটির অন্তঃস্থ হয়।

4. চাঁদার সাহায্যে 90° একটি কোণ অঙ্কন করিয়া স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে উহাকে সমদ্বিখণ্ডিত কর।

5. যে-কোন একটি রেখাংশ লও। স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে উহাকে দুইটি সমান অংশে বিভক্ত কর। কাঁটা-কম্পাস দ্বারা পরীক্ষা করিয়া দেখ অংশদ্বয় প্রকৃত সমান কিনা।

6. একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করিয়া উহার কোণগুলিকে সমদ্বিখণ্ডিত কর।